Негосударственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

АКАДЕМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ГУМАНИТАРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ПРИНЯТО
на заседании совета
факультета психологии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Ипатов Ю.М.
____
подпись Ф.И.О.
«02» марта 2012г.

Протокол заседания совета факультета
№_3 от «02 марта _2012 г.
Декан
Факультета ______________ Прохватилов А.Ю.
подпись Ф.И.О.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»

ОПД.Ф.11

наименование дисциплины в соответствии с ГОС

Прохватилов А.Ю.
кандидат психологических наук, доцент
автор

_________________030301.65 «Психология»_________________
шифр направления / специальности и ее название

ФАКУЛЬТЕТ ПСИХОЛОГИИ
наименование факультета

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ПСИХОЛОГИИ
наименование кафедры

Санкт- Петербург
2012

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ

Учебно – методический комплекс дисциплины / Авт.-сост. кандидат психологических наук, доцент А.Ю. Прохватилов. – СПб.: НОУ ВПО АИГО, 2012. – 47с.

Программа утверждена на заседании факультета психологии НОУ ВПО АИГО
протокол № 3 от «02» марта 2012 года

Рецензенты
доктор психологических наук, доцент Д.С. Горбатов
кандидат педагогических наук, доцент Т.А. Селеменева

Ответственный редактор
кандидат психологических наук, доцент Н.И. Шелковникова

Ответственная за выпуск
Мордвинова Татьяна Борисовна

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Курс «Математические методы и психологии» является общепрофессиональной дисциплиной, читаемой на дневном, очно-заочном и заочном отделениях АИГО в течение I семестра.

Предметом курса являются математические методы, применяемые в современной экспериментальной и прикладной психологии для обработки данных, проверки гипотез и моделирования. Главное внимание уделяется методам статистического анализа данных и организации психологического исследования, без которых невозможно ни одно серьезное эмпирическое исследование в психологии.

Цель курса - познакомить студента с основными математическими методами, используемыми в настоящее время в психологии и научить на ряде примеров их их адекватному применению. Эффективность усвоения курса в существенной мере определяет полноценность и качество экспериментальных психологических исследований, проводимых в ходе подготовки курсовых и дипломных работ студентами.

Основными задачами данного курса являются:

- научить студентов наглядно представлять обобщенные результаты экспериментальной работы в виде таблиц, графиков, диаграмм, полигонов распределения;
- познакомить студентов с основными понятиями и символами, необходимыми и достаточными для проведения элементарного математико-статистического анализа психодиагностических результатов;
- выработать умение определять принадлежность результатов, получаемых конкретной психодиагностической методикой, к тому или иному типу шкалы измерений и умение правильно отбирать соответствующий математический аппарат, который позволяет делать обоснованные выводы;
- сформировать навыки в принятии решения о выборе метода математической обработки для определенной психологической задачи;
- сформировать умения применять в своей работе простейшие статистические процедуры описания результатов и проверки гипотез, которые не требуют использования ЭВМ;
- доказывать правильность и обоснованность используемых математических методов; строить элементарные статистические предсказания;
- научить пользоваться психологической литературой, в которой раскрываются возможности статистической обработки экспериментальных данных; статистическими таблицами критических значений, а также простейшими средствами компьютерной обработки данных для эффективной реализации возможностей описательной статистики, индуктивной статистики и корреляционного анализа.

Указанные знания проверяются как непосредственно в рамках рассматриваемого курса с помощью **тестирования, экзамена.**

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины «Бессознательное и общество» имеет важное значение для эффективного усвоения изучаемого материала, а также личностного и профессионального развития.

Большая часть времени на самостоятельную подготовку должна отводиться на знакомство с источниками литературы, которые предлагаются к изучению, работу в библиотечных фондах института и города, а также освоение электронных источников информации.

По желанию студенты по интересующим их вопросам могут написать рефераты, предварительно согласовав тему с преподавателем. Для подготовки к семинарским занятиям преподавателем предлагается ряд вопросов для составления докладов. Для успешной сдачи зачета необходимо ознакомиться с основной литературой, изучить теоретическую часть по конспектам лекций.

3. Учебно-тематический план и распределение часов по курсу
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»
Квалификация «Специалист»
Очное отделение

№	Тема	Адитор часы	Лек ции	Семи нары	Сам. работ а
1	Особенности описаний объектов, явлений в психологии	6	2	4	3
2	Основные понятия, используемые при обработке психологических данных	6	2	4	3
3	Выявление различий в уровне исследуемого признака	6	2	4	3
4	Оценка достоверности сдвига в значениях исследуемого признака	6	2	4	3
5	Выявление различий в распределении признака	8	4	4	3
6	Многофункциональные статистические критерии	12	4	8	3
7	Корреляционный анализ	12	4	8	3
8	Многомерное шкалирование; многомерный анализ данных	12	4	8	4
	Итого: 120 часов	68	24	44	25

Учебно-тематический план и распределение часов по курсу
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»
Квалификация «Специалист»
Очно – заочное отделение

№	Тема	Адитор часы	Лек ции	Семи нары	Сам. работ а
1	Особенности описаний объектов, явлений в психологии	4	2	2	8
2	Основные понятия, используемые при обработке психологических данных	2		2	10
3	Выявление различий в уровне исследуемого признака	2		2	10
4	Оценка достоверности сдвига в значениях исследуемого признака	2		2	12
5	Выявление различий в распределении признака	4		4	12
6	Многофункциональные статистические критерии	6		6	12
7	Корреляционный анализ	6		6	12
8	Многомерное шкалирование; многомерный анализ данных	6		6	12
	Итого: 120 часов	32	2	30	88

Учебно-тематический план и распределение часов по курсу
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»
Квалификация «Специалист»
Заочное отделение

№	Тема	Аудитор часы	Лек ции	Семи нары	Сам. рабо та
1	Особенности описаний объектов, явлений в психологии	4		1	10
2	Основные понятия, используемые при обработке психологических данных	4		1	10
3	Выявление различий в уровне исследуемого признака	4		1	14
4	Оценка достоверности сдвига в значениях исследуемого признака	4		1	14
5	Выявление различий в распределении признака	4		2	14
6	Многофункциональные статистические критерии	8		2	14
7	Корреляционный анализ,	8		2	16
8	Многомерное шкалирование; многомерный анализ данных	8		2	16
	Итого: 120 часов	12		12	108

4. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»

Лекция 1. Особенности описаний объектов, явлений в психологии.

Измерение в психологии. Отличие психологических описаний от описаний объектов в естественных науках. Основные теоретические модели психологии и их характеристика: качественный уровень описания, субъективность, фрагментарность. Нормативы представления результатов анализа данных в научной психологии; Случайность психологических явлений. Основные понятия теории вероятностей. Теория вероятностей как аппарат математического описания случайных явлений. Понятие события, детерминированные и случайные события. Частота, частость, вероятность события. Классификация случайных событий: простые и сложные, совместные и несовместные, зависимые и независимые события. Примеры психологических задач на определение вероятностей событий.

Лекция 2. Основные понятия, используемые при обработке психологических данных.

Признаки и переменные. Случайная величина, генеральная совокупность, выборка, распределение признака. Параметры распределения. Шкалы измерения: типы шкал, представление данных, описательная статистика. Статистические гипотезы. Меры связи, метрика. Статистические критерии. Уровни статистической достоверности. Методы одномерной и многомерной прикладной статистики.Мощность критериев. Классификация задач и методов их решения. Принятие решения о выборе метода математической обработки. Табличное и графическое представление распределений. Алгоритм построения гистограммы. Принятие решения о выборе метода математической обработки.

Лекция 3. Выявление различий в уровне исследуемого признака.

Связанные и несвязанные выборки. Параметрические и непараметрические критерии оценки различий выборочных совокупностей. Критерий t-стьюдента. Q - критерий Розенбаума. U - критерий Манна-Уитни. Алгоритм принятия решения о выборе критерия для сопоставлений.

Лекция 4. Оценка достоверности сдвига в значениях исследуемого признака.

Обоснование задачи исследования изменений. G - критерий знаков. T - критерий Вилкоксона. Алгоритм принятия решения о выборке критерия оценки изменений.

Лекция 5. Выявление различий в распределении признака.

Обоснование задачи сравнения распределений признака. X2 - критерий Пирсона. X - критерий Колмогорова-Смирнова. Алгоритм выбора критерия для сравнения распределений.

Лекция 6. Многофункциональные статистические критерии.

Понятие многофункциональных критериев. Критерий ϕ^* - угловое преобразование Фишера. Биномиальный критерий m. Многофункциональные критерии как эффективные заменители традиционных критериев. Алгоритм выбора многофункциональных критериев. Математическое сопровождение к описанию критерия ϕ^* Фишера.

Лекция 7. Корреляционный анализ.

Обоснование задачи исследования согласованных изменений. Числовые меры парной взаимосвязи случайных величин. Коэффициент линейной корреляции Пирсона; его вычисление и свойства; корреляционная матрица, корреляционная плеяда. Коэффициент ранговой корреляции r_s Спирмена. Интерпретация результатов корреляционного анализа.

Лекция 8. Многомерное шкалирование, многомерный анализ данных.

Факторный, кластерный, дисперсионный анализ. Понятие дисперсионного анализа. Подготовка данных к дисперсионному анализу. Однофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок. Однофакторный дисперсионный анализ для связанных выборок. Дисперсионный двухфакторный анализ. Обоснование задачи по оценке взаимодействиях двух факторов. Двухфакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок. Двухфакторный дисперсионный анализ для связанных выборок. Анализ данных на компьютере, статистические пакеты, приближенные вычисления; возможности и ограничения конкретных компьютерных методов обработки данных; стандарты обработки данных; методы математического моделирования; модели индивидуального и группового поведения, моделирование когнитивных процессов и структур, проблема искусственного интеллекта.

5. ПЛАН СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»

Занятие 1. ВЫЧИСЛЕНИЕ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СРЕДНИХ

В эксперименте по измерению времени реакции испытуемого использовалось два сигнала: вспышка света (условие А) и звучание тона (условие Б). Каждое из этих условий предъявлялось в случайном порядке по 17 раз. Следовательно, всего было 34 пробы. Время реакции (ВР) в каждой пробе измерялось с точностью до 1/1000 секунды (или миллисекунды, сокращенно мс).

Таблица 1

Условие А (свет)				Условие Б (тон)			
Проба	ВР	Проба	ВР	Проба	ВР	Проба	ВР
1	223	10	191	1	181	10	156
2	184	11	197	2	194	11	178
3	209	12	188	3	173	12	160
4	183	13	174	4	153	13	164
5	180	14	176	5	168	14	169
6	168	15	155	6	176	15	155
7	215	16	115	7	163	16	122
8	172	17	163	8	152	17	144
9	200			9	155		

Вычисление средних

Результаты эксперимента приводятся выше в таблице. Представленные числа относятся к первой, второй и т. д. пробам обозначенного условия.

Для определения среднего ВР для условия А вы просто складываете все 17 ВР и делите на 17. Сумма равна 3143. Среднее определяется как 3143, деленное на 17, что равно 185 мс (округленное 184,88235). Эти вычисления можно представить формулой

$$M_X = \frac{\sum X}{N}.$$

Значения в отдельных пробах обозначаются как X1, X2, X3 и т. д. До X17. Σ означает сложение всех различных X от X1 до Xn. N — число проб или X, здесь равное 17. Формула читается следующим образом: «Среднее X равно сумме всех X, деленной на N0». Для условия А

$$M_A = \frac{3143}{17} = 185.$$

2. Представление средних

Независимой переменной в эксперименте был тип сигнала (свет или тон). Зависимой переменной было среднее время реакции. Гистограмма показывает отношение между независимой и зависимой переменными. Высота гистограммы представляет среднее время реакции. (Замечание: Вам необходимо самим вычислить среднее для условия Б.)

Задача: Вычислите среднее время реакции для условия Б.

Ответ: 162 мс, округленно.

Занятие 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ И ПАРАМЕТРОВ НА ОСНОВЕ ВЫБОРОЧНЫХ СТАТИСТИК; СРЕДНЕЕ И СТАНДАРТНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ

Определение среднего в популяции (генеральной совокупности)

В эксперименте по определению времени реакции (задание 1) были взяты результаты действительного эксперимента. Предполагалось, что они представляют такие данные, которые могли бы быть получены в эксперименте с полной внутренней валидностью. Так, среднее время реакции на световой сигнал по 17 пробам представляло среднее, которое можно было бы получить в эксперименте с неограниченным числом проб.

Мы используем среднее для ограниченной выборки проб, чтобы сделать вывод о достаточно большой (вплоть до неограниченной) популяции проб. Такая популяция называется генеральной совокупностью. Среднее по генеральной совокупности таких, например, данных, как ВР, обозначается M_x. Такую характеристику генеральной совокупности называют параметром. Среднее, действительно вычисленное нами для данной выборки, называется статистикой, и обозначается M_x. Является ли статистика M_x наилучшей оценкой параметра M_x, которую мы можем получить на основе нашей выборки проб? Ответ — без доказательства — да. Но прежде чем вы решите, что это всегда так, давайте перейдем, к стандартному отклонению, где дело обстоит иначе.

Вычисление стандартного отклонения

Обычно помимо среднего значения оценок мы хотим знать еще кое-что, а именно, какова несистематическая вариация оценок от пробы к пробе. Наиболее распространенный способ измерения несистематической вариации состоит в вычислении стандартного отклонения.

Для этого, вы определяете, насколько каждая оценка (т. е. X) больше или меньше среднего (Mx). Затем вы возводите в квадрат каждую разность (X-Mx) и складываете их. Вслед за этим вы делите эту сумму на N число проб. Наконец, вы извлекаете квадратный корень из этого среднего.

Это вычисление представлено формулой с использование символа σx для обозначения стандартного отклонения:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum (X - M_X)^2}{N}} \qquad (2.1)$$

Эту формулу можно сократить, введя маленькое x для обозначения (X-Mx). Тогда формула выглядит так:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}. \qquad (2.1A)$$

Давайте выпишем данные по условию А из приложения к главе I и одновременно произведем по ним вычисления, указываемые формулой для σ_x.

Таблица 2

Проба	**X**	**M_x**	**X - M_X** **или x**	**x^2**
1	223	185	+38	+1444
2	184	185	—1	+1
3	209	185	+24	+576
4	183	185	—2	+4
5	180	185	—5	+25
6	168	185	—17	+289
7	215	185	+30	+900
8	172	185	—13	+169
9	200	185	+15	+225
10	191	185	+6	+36
11	197	185	+12	+144
12	188	185	+3	+9
13	174	185	—11	+121
14	176	185	—9	+81
15	155	185	-30	+900
16	165	185	—20	+400
17	163	185	—22	+484
			Σx^2	+5808

Поскольку

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum x^2_A}{N}},$$

то

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{5808}{17}} = \sqrt{341,7} = 18,5 \text{ мс.}$$

Оценка стандартного отклонения генеральной совокупности

Для определения среднего генеральной совокупности, которое могло бы быть получено в бесконечном эксперименте, наилучшей оценкой фактически было среднее по выборке. Иначе обстоит дело со стандартным отклонением. В любом наборе реальных проб имеет место меньшее число результатов с очень высокими или очень низкими значениями, чем в генеральной совокупности. А поскольку стандартное отклонение является мерой разброса оценок, то его величина, определенная на основе выборки, всегда меньше параметра генеральной совокупности сигма σ_x.

Более точная, оценка стандартного отклонения для генеральной совокупности находится по формуле

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N-1}} \qquad (2.2)$$

или

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{N}{N-1}}. \qquad (2.2A)$$

Для наших числовых данных:

$$S_A = \sqrt{\frac{5808}{16}} = \sqrt{363,0} = 19,1 \text{ мс.}$$

В некоторых экспериментах высказывается гипотеза, что поведение в одном условии более вариативно, чем в другом. Тогда целесообразнее сравнивать стандартные отклонения, а не средние. Если для обоих условий N одно и то же, можно сравнивать между собой сигмы. Однако когда N различны, сигма для условия с меньшим N дает более заниженную оценку такого параметра генеральной совокупности, как стандартное отклонение. Поэтому следует сравнивать два S.

Таблица 3, которая приводится ниже, поможет вам запомнить эти положения и формулы.

Таблица 3

	Среднее	**Стандартное отклонение**
Параметрические характеристики генеральной совокупности (г. с.)	$\overline{M}_X = \frac{\sum X_{\text{Г.С.}}}{N_{\text{Г.С.}}}$	$\overline{\sigma}_X = \sqrt{\frac{\sum x^2_{\text{Г.С.}}}{N_{\text{Г.С.}}}}$
Статистические характеристики выборки	$M_X = \frac{\sum X}{N}$	$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$
Оцениваемый параметр генеральной совокупности	$M_X = \frac{\sum X}{N}$	$S_X = \sigma_X \sqrt{\frac{N}{N-1}}$ или $S_X = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N-1}}$

Задача: Вычислите σ_X и S_X для условия Б.
Ответ: $\sigma_Б = 15,9$; $\sigma_Б = 16,4$.

Занятие 3. ЧАСТОТНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В статистическом приложении к главе 1 значения зависимой переменной (среднее время реакции) для каждого из двух условий, вспышек света (А) или звучаний тона (Б), были представлены в виде гистограммы.

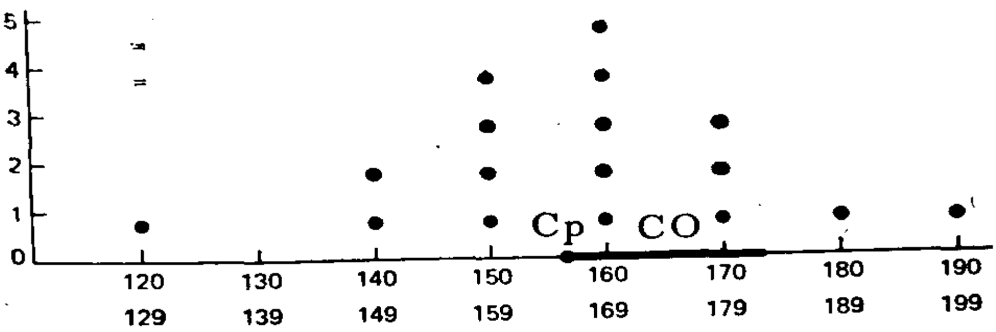

Рис. 1. Ось абсцисс — время реакции (по интервалам, в мс.) Ось ординат - частота. Ср - среднее, СО - стандартное отклонение

Более полная картина оценок ВР, полученных в эксперименте, дается распределением частот. Выше такое распределение показано для условия Б (звуковой тон).

Мы видим, что в этом распределении каждая оценка представлена не всегда точно, поскольку оценки сгруппированы в классы интервалов: 120—129, 130—139, 140—149 и т. д. Величина всех интервалов в данном случае равна 10 мс.

Это та величина, на которую каждый нижний предел увеличивается от интервала к интервалу (например, от 150 до 160—это 10 мс). Число интервалов здесь равно 8; соответственно имеется 8 колонок. Если бы число оценок показателей времени реакции было больше, чем 17, можно было бы использовать несколько большее число интервалов. Например, если бы было 100 проб, число используемых интервалов могло быть 15 или даже 20. При 15 интервалах нижний интервал был бы 120—124, следующий 125—129 и т. д. до 190— 194. В этом случае величина интервала равнялась бы 5 мс.

КАК ПОДГОТОВИТЬ ЧАСТОТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Теперь рассмотрим, как было подготовлено данное распределение частот. Во-первых, было принято решение о числе интервалов и величине интервала, а также о нижней и верхней границах. Подобранные интервалы были выписаны в столбик. Затем, начиная с пробы 1, различные показатели времени реакции распределялись по соответствующим интервалам. После этого записывалась частота или число показателей, попавших в данный интервал. Наконец, был составлен график распределения частот, который вы уже видели на рисунке. Высота каждой колонки X соответствует частоте попадания проб в данный интервал. Все эти операции показаны в первых трех колонках таблицы 4.

Таблица 4

Вычисления среднего и стандартного отклонения на основе интервальных данных

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Интервал	**Отнесение показателя по интервалам**	**Частоты**	**Средняя точка X**	**Произведение средней**	M_X	**x**	X^2	**Произведение x^2 на частоту**
190-199	|	1	194,5	194,5	163	+31,5	992,25	992,25
180-189	|	1	184,5	184,5	163	+21,5	462,25	462,25
170-179	|||	3	174,5	523,5	163	+11,5	132,25	396,75
160-169	|-|-|-|	5	164,5	822,5	163	+1.5	2,25	11,25
150-159	|-|-|-|	5	154,5	772,5	163	—8,5	72,25	361,25
140-149	|	1	144,5	144,5	163	—18,5	342,25	342,25
130-139		0	134,5	0	163	—28,5	812,25	0
120-129	|	1	124,5	124,5	163	—38,5	1482,25	1482,25
ΣX_B =2766,5					Σx^2_B =4048,25			

и используя формулу 1.1: $M_x = \frac{\Sigma X}{N}$ $M_B = 163$ $\frac{\Sigma x_B^2}{N} = 238,1$

(округленное из 162, 73529) $\sigma_B = 15,4$ мс

Используя формулу 2.1: $\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x_B^2}{N}}$.

ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ПО ДАННЫМ ИНТЕРВАЛЬНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

В колонке 4 приводятся значения средних точек для каждого интервала. Так, средняя точка 140-149 равна 144,5. Мы можем вычислить среднее методом, который пренебрегает различиями внутри каждого интервала. Во-первых, мы умножаем каждую среднюю точку на частоту внутри интервала. Это показано в колонке 5. Так, для интервала 170-179 средняя точка 174,5 умножается на частоту 3,2Х показана внизу колонки. Разделенная на N (N=17), она дает среднее, равное 163, что немного отличается от величины 162, полученной сложением показателей ВР в отдельных пробах. Можно не сомневаться, что иногда эти расхождения между средними могут быть еще больше. Но если число интервалов равно 15 или больше, то совпадение бывает достаточно хорошим.

ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ ПО ДАННЫМ ИНТЕРВАЛЬНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

Величина стандартного отклонения вычисляется здесь в основном так же, как и по отдельным показателям ВР. В колонке 6 приводится только что вычисленное среднее. Величина х (т. е. $X\text{-}M_x$), полученная для значения средней точки каждого интервала, показана в колонке 7. Например, 194,5—163=+31,5; 144,5-163=-18,5. В колонке 8 каждое из значений х возведено в квадрат. Наконец, в колонке 9 каждая из возведенных в квадрат величин умножена на частоту в данном интервале. Например, при средней точке 174,5 и частоте 3 результат в колонке 9 равен 396,75. Это вычисление также не учитывает различия значений внутри каждого интервала, как и вычисление среднего. Как видно, сумма в данной колонке (Σx^2) равна 4048,25. Вычисление σх аналогично тому, как это делалось в статистическом приложении к главе 2, и дает величину 15,4 мс.

Следует заметить, что здесь приведен прямой метод вычисления среднего и стандартного отклонения по данным интервальной классификации. Это было сделано для того, чтобы вы поняли принцип—игнорирование различий внутри каждого интервала. Однако для более строгих вычислений разработаны более простые и быстрые методы.

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СРЕДНЕГО И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ

Если вы вернетесь к частотному распределению, которое приведено в начале данного статистического приложения, вы заметите на горизонтальной оси большую точку и жирную линию. Точка показывает положение среднего 163 мс. Это немного левее средней точки интервала 160—169, т. е. 164,5 мс.

Жирная линия имеет длину 15,9 мс,— величину стандартного отклонения. Мы видим, что в частотном распределении среднее отклонение представлено точкой, а стандартное отклонение—линией. В данном частотном распределении нижняя граница, равная 122, расположена на расстоянии 2,5 стандартных отклонений от среднего, равного 163. Верхняя граница, равная 194, Удалена приблизительно на расстояние 2 стандартных отклонений выше среднего. Таким образом, верхняя граница удалена приблизительно на 4,5 стандартных отклонений от нижней. Это в общем-то типично для частотного распределения с малым числом оценок.

Задача: Вычислите сигма х для условия А по данным интервальной классификации.

Ответ: 18,6.

Задание 4. СИЛА СВЯЗИ МЕЖДУ НЕЗАВИСИМОЙ И ЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННЫМИ

Зададимся вопросом: как велико различие в результатах, которое дает нам предъявление условия А по сравнению с условием Б? К настоящему моменту мы можем дать ответ только в терминах единиц зависимой переменной. Так, например, мы можем сказать:

1. С использованием наушников испытуемая Д пропустила 763 удара в час; без них она пропустила 908 ударов. Разница составляет 145 ударов в час.
2. Время реакции испытуемого на световой сигнал равно 185 мс; время реакции на звуковой сигнал равнялось 162 мс. Разница составляет 23 мс.
3. С умственной тренировкой испытуемые получили среднюю балльную оценку 4,21; «контрольная» группа получила среднюю балльную оценку 3,89. Разница составляет 0,32 деления на шкале балльных оценок.

В каком из экспериментов действие независимой переменной было наибольшим? Как вы сравните 145 ударов в час, 23 мс и 0,32 деления на шкале балльных оценок? Этого сделать нельзя. Одна из возможностей сравнения величин состоит в использовании отношения вместо разницы. Так, для трех данных экспериментов отношения большего результата к меньшему соответственно равны:

$$\frac{908}{763} = 1{,}19; \quad \frac{185}{162} = 1{,}14; \quad \frac{4{,}21}{3{,}89} = 1{,}08.$$

Как видим, отношения почти одинаковы. Фактически они кое-что говорят нам о силе связи, но они неадекватны по двум причинам. Во-первых, этот способ неприменим к экспериментам с более чем двумя условиями, такими, например, как эксперимент с информированием покупателей о стоимости товаров. Во-вторых, — и это более важно — отношение вообще не отвечает на наш вопрос: насколько *отчетливо различаются* показатели для одного условия и для других условий.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Для того чтобы понять, насколько различаются условия, мы можем нанести частотные распределения для этих условий на один и тот же график. Сравнение становится более понятным, если не только отмечать высоту колонок, но соединить их вершины линией. (Это называется *полигоном частот.)* Данный метод уже был показан на рис. 2 для эксперимента по обучению испанскому языку.

По значительному перекрытию распределений мы можем судить, что тестовые оценки для двух условий — письменного и устного — различались незначительно.

Рассмотрим теперь распределения для эксперимента по измерению времени реакции, описанного в статистическом приложении к главе 1. Они показаны на рис. 2. Напомним, что это вымышленные данные. Предположим теперь, что они были получены в *межгрупповом* эксперименте. Тогда каждый из показателей времени реакции представляет среднее для одного из испытуемых, где 17 испытуемым предъявлялось данное условие. Этот пример может быть с тем же успехом представлен в терминах интраиндивидуального эксперимента, как он первоначально излагался. Рассмотрение эксперимента как межгруппового мы делаем только для того, чтобы связать наш анализ с тематикой данной главы.

Видно, что в данном случае различия между условиями более отчетливы, чем в эксперименте с испанским языком, т. е. *перекрытие* между распределениями *меньше.* Было бы хорошо иметь количественную меру различия вместо таких неопределенных терминов, как «кажется», «очевидно» и т. д. Такая количественная мера давала бы информацию, насколько *сильна* связь между независимой и зависимой переменными.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ω^2

Мы можем получить численную величину силы связи, вычислив ω^2 (ω - малая греческая буква омега; мы называем ω^2 омегой в квадрате). По существу, ω^2- один из параметров генеральной совокупности, о которых рассказывалось в статистическом приложении к главе 1. Его полное описание можно найти в работе Хейса (1973).

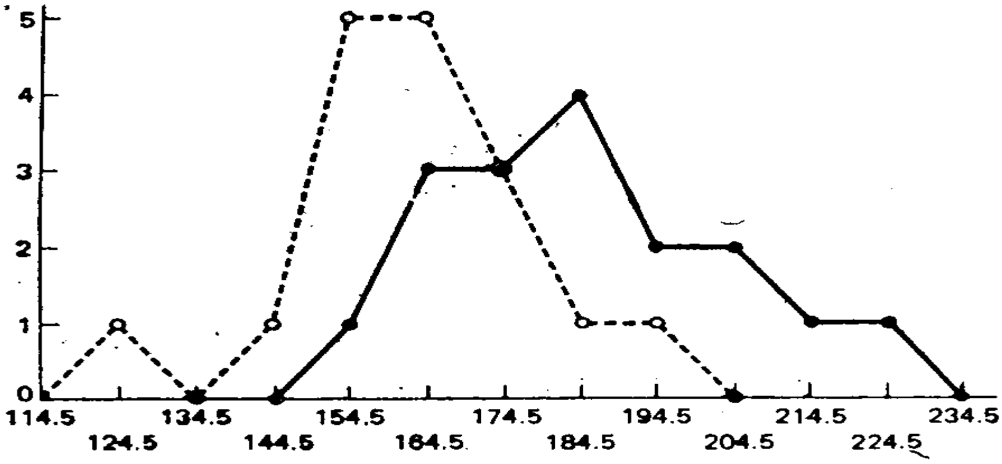

Рис. 2. Частотное распределение средних значений времени реакции на световой (условие А) и звуковой (условие Б) сигналы. Ось абсцисс - средние значения времени реакции (в мс). Ось ординат - частота. Сплошная линия - световой сигнал, пунктирная – звуковой.

Рис. 3. Объединенное частотное распределение средних значений времени реакции. Ось абсцисс - средние значения времени реакции (в мс). Ось ординат- частота.

Наше вычисление с использованием данных по выборке испытуемых дает оценку ω^2. Мы будем называть ее *est* ω^2.

Давайте построим новый график результатов эксперимента по измерению времени реакции. Однако теперь мы не будем делать различий между тем, какое из двух условий — А (свет) или Б (тон) —было использовано. Как видно на рис. 3, это комбинированное распределение несколько более растянуто, чем каждое из отдельных распределений для света и тона. Чем больше исходные распределения отличаются друг от друга, тем больше будет растянуто комбинированное распределение.

Если бы мы смогли провести бесконечный эксперимент и при этом получили бы распределения, показанные на рис. 2 и 3, мы могли бы вычислить ω^2 прямо из параметра $\bar{\sigma}^2_X$ следующим образом:

$$\omega^2 = \frac{\bar{\sigma}^2_{\text{комб}} - \bar{\delta}^2_{\text{отд}}}{\bar{\sigma}^2_{\text{комб}}}.$$

Однако поскольку наши данные получены только по одной выборке испытуемых, а не в бесконечном эксперименте, мы должны *оценивать* ω^2 по *статистике* S^2_X:

$$est\,\omega^2 = \frac{S^2_{\text{комб}} - S^2_{\text{отд}}}{S^2_{\text{комб}}}.$$

Квадрат стандартного отклонения распределения называется *дисперсией.*

Числитель этой формулы дает разность между дисперсиями комбинированного распределения и отдельного распределения, в нашем случае любого из условий А или Б. Делением этой разности на дисперсию комбинированного распределения мы придаем ей форму пропорции. Она отвечает на вопрос, на какую часть уменьшается дисперсия показателей при переходе от комбинированного распределения к отдельному.

Производя вычисления, нет необходимости сначала вычислять S_X и затем возводить его в квадрат, чтобы получить S^2_X. Вспомните из формулы:

$$S_X = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N-1}}.$$

Поэтому

$$S^2_x = \frac{\Sigma x^2}{N-1}.$$

В статистическом приложении к главе 3 мы вычислили $\sum x^2$ для условия А (свет) и условия Б (тон):

$$S^2_A = \frac{5894{,}25}{16} = 368,$$

$$S^2_Б = \frac{4048{,}25}{16} = 253.$$

Используем эти величины для нахождения $S^2_{\text{отд}}$. Согласно Хейсу (с. 418), среднее по S^2_A и $S^2_Б$ дает величину $S^2_{\text{отд}}$ при допущении равенства «истинных» дисперсий двух наборов:

$$S^2_{\text{отд}} = \frac{S^2_A + S^2_Б}{2}.$$

поэтому

$$S^2_{\text{отд}} = \frac{368 + 253}{2} = 310.$$

Такое же вычисление производится для комбинированного распределения:

$$S^2_{\text{комб}} = \frac{14188{,}5}{33} = 430.$$

Подставляя эти величины в формулу, получаем:

$$est\,\omega^2 = \frac{S^2_{\text{комб}} - S^2_{\text{отд}}}{S^2_{\text{комб}}},$$

$$est\,\omega^2 = \frac{430 - 310}{430} = 0{,}28.$$

Это показывает сильную связь между независимой и зависимой переменными. Даже значение 0,20 уже достаточно существенно. Значение никогда не может превысить 1; однако эта величина достигается редко. В то же время вычисление для эксперимента с испанским ЯЗЫКОМ дает

$$est\,\omega^2 = \frac{96{,}6 - 93{,}9}{96{,}6} = 0{,}03.$$

Это очень слабая связь между независимой и зависимой переменными.

ПРИМЕНЕНИЯ ω^2

Обратите внимание, что для $S^2_{\text{отд}}$ необходимо допускать равенство истинных дисперсий для двух условий. В эксперименте по измерению времени реакции это допущение было приемлемым, поскольку дисперсии для двух условий довольно близки по величине. Это справедливо и для эксперимента с испанским языком. Однако для эксперимента с информацией о ценах условие В давало значительно меньшее стандартное отклонение (особенно для времени выбора покупки), чем другие условия. Три дисперсии (квадраты стандартных отклонений) были равны 100, 92 и 1,2 для условий А, Б и В. При столь значительном различии прямого способа вычисления ω2 нет. И здесь дело не в том, что число условий равно трем, а не двум. Если значения дисперсии близки, то величина ω^2 может быть вычислена для любого числа условий с использованием $S^2_{\text{отд}}$ как среднего значения для всех условий. Приводившаяся процедура вычисления ω^2 может быть использована как для интраиндивидуальных, так и для межгрупповых данных. Дисперсия — это то, что относится к пробам, а не к испытуемым.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ω^2

Мы можем рассматривать ω^2 как индикатор величины, на которую уменьшается *неопределенность* за счет того, что нам известно экспериментальное условие. В эксперименте по измерению времени реакции мы кое-что знаем о среднем показателе для каждого отдельного испытуемого благодаря тому, что знаем экспериментальное условие. Но в пределах каждого условия показатели варьируют, т.е. как-то распределены. Наша неопределенность измеряется дисперсией этого распределения. Если мы не знаем условия, предъявлявшегося испытуемому, наша неопределенность увеличивается: дисперсия комбинированного распределения больше, чем дисперсия для отдельного условия.

Таким образом, зная, какое из условий предъявляется испытуемому, мы уменьшаем *неопределенность*. Как уже говорилось, деление этого уменьшения на уменьшаемую дисперсию ($S^2_{\text{комб}}$) превращает ответ в отношение. Тем самым ω^2 сообщает нам часть, на которую уменьшается неопределенность при знании экспериментального условия. Это и есть мера воздействия на поведение независимой переменной.

Задача: Вычислите *est* ω^2 для эксперимента, сравнивающего условие В и Г, с 18 испытуемыми в каждой группе:

$\sum x^2\text{в}=4700$; $\sum x^2\text{г}=4900$; $\sum x^2\text{комб}=15{,}000$.

Ответ: est $\omega^2=0{,}34$.

Занятие 5. *t*-КРИТЕРИЙ

В данном приложении будет описан метод нахождения величины различия между средними, необходимой для отвержения нуль-гипотезы. Фактически мы будем подробно объяснять диаграммы, представленные на рис. 4.

Выборочное распределение

Давайте еще раз предположим, что данные по времени реакции, представленные в предыдущих статистических приложениях, получены в межгрупповом эксперименте. Мы, таким образом, имеем среднее время реакции для каждого из 17 испытуемых, которым предъявлялось условие А (свет), и среднее время реакции для каждого из 17 испытуемых, которым предъявлялось условие Б (тон). Более того, известно общее среднее для испытуемых в условии А (185 мс) и общее среднее в условии Б (162 мс). Наконец, мы знаем разницу между этими двумя средними, M_A—$M_Б$, равную. +.23 мс.

Если бы исследовались две другие группы испытуемых, отобранные тем же способом, то, конечно, не следовало бы ожидать M_A—$M_Б$ в *точности* равной 23 мс. Нельзя было бы ожидать точно такой же разницы + 23 мс и в третьем эксперименте. Напротив, мы предполагаем, что это значение M_A—$M_Б$ будет несистематически варьировать от эксперимента к эксперименту.

Допустим, что путем повторения этого эксперимента был реализован бесконечный эксперимент, при котором каждое условие предъявлялось 17 испытуемым бесконечное число раз. Предположим далее, что нуль-гипотеза верна. Тогда различие между общими средними — которое есть *параметр* — должно равняться нулю. Другими словами, $\overline{M}_A$—$\overline{M}_Б$=0. Однако величина статистики M_A—$M_Б$ должна варьировать от эксперимента к эксперименту.

Распределение величин M_A—$M_Б$ для серии последовательных экспериментов может быть представлено так, как было описано ранее. Обозначим величину +23, которая была получена в реальном эксперименте, номером 1; предположим, что мы провели второй такой же эксперимент и получили величину — 4, обозначим ее номером 2; величину, полученную в третьем эксперименте (допустим, 0), — номером 3 и т. д. Таким образом, результаты девяти экспериментов, в случае M_A—$M_Б$ = 0, могли бы выглядеть следующим образом.

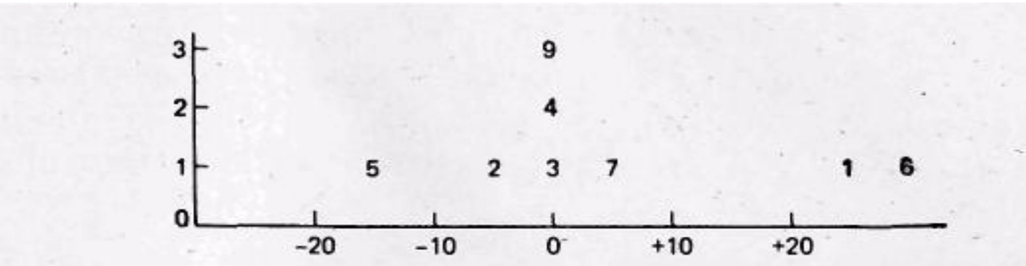

Рис.4. Ось абсцисс - M_A - $M_Б$.

К счастью, можно *вывести,* как это распределение выглядело бы для бесконечного числа экспериментов. Мы можем реально изобразить ожидаемое распределение величин M_A—$M_Б$. Более того, мы можем оценить стандартное отклонение, которое имело бы это распределение. Такой тип теоретически выведенного распределения называют выборочным распределением. Описываемое здесь распределение является выборочным распределением разностей между средними (имеются также выборочные распределения для средних, для стандартных отклонений и т. д.).

Приводим выборочное распределение для нашего эксперимента по времени реакции с предположением, что нуль-гипотеза $\overline{M}_A$—$\overline{M}_Б$=0 верна.

Заметьте, что стандартное отклонение (СО) равно 5.

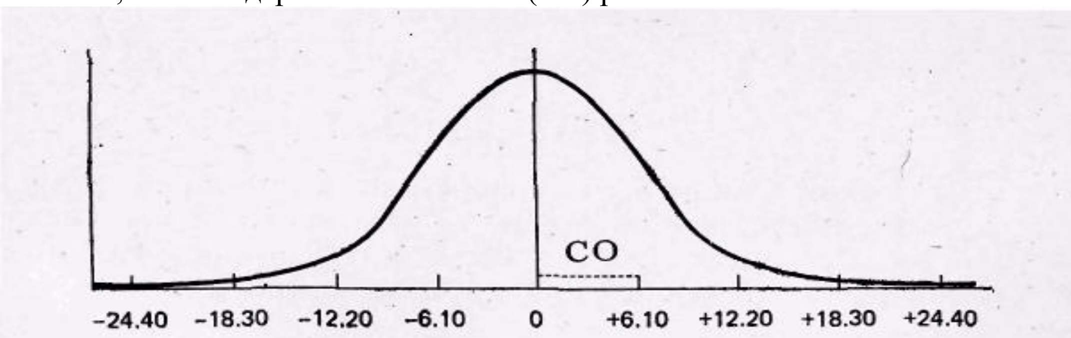

Рис. 5. Ось абсцисс - $M_А—M_Б$. Ось ординат - относительная частота.

Поэтому разность $M_А—M_Б$ = +12,20, полученная в каком-то эксперименте, находится на расстоянии двух стандартных отклонений выше предполагаемой величины $\overline{M}_А—\overline{M}_Б = 0$, а разность $M_А—M_Б$, равная —18,30, -- на три стандартных отклонения ниже предполагаемого нуля и т. д.

Стандартная ошибка

До сих пор не объяснялось, как было вычислено стандартное отклонение этого гипотетического выборочного распределения. Вот эта формула:

$$S_{M_A-M_Б} = \sqrt{\frac{S_A^2}{N_A} + \frac{S_Б^2}{N_Б}} \; . \qquad (6.1)$$

SM_A-$M_Б$ называется *стандартной ошибкой разности между средними.* Использование термина *стандартная ошибка* вместо *стандартного отклонения* показывает, что мы вывели стандартное отклонение, а не пришли к нему через (невозможные) бесконечные вычисления. Заметьте, что здесь используется *S,* а не $\overline{\sigma}$. Это потому, что популяционный параметр $\overline{\sigma}M_A$—$M_Б$ оценивается на основе выборочных статистик.

Для вычисления в формулу просто подставляют величины *S2A* и *S2Б,* полученные нами в предыдущих статистических приложениях. Так,

$$S_{M_A-M_Б} = \sqrt{\frac{363}{17} + \frac{169}{17}} = \sqrt{21{,}35 + 15{,}82} =$$
$$= \sqrt{37{,}17} = 6{,}10 \text{ мс.}$$

Вы можете видеть, что формула применима также и в том случае, когда *NA* и $N_Б$ различны, т. е. когда число испытуемых (или проб в интраиндивидуальном эксперименте) различно для двух условий.

Определение величины *t*

Следующий шаг состоит в том, чтобы найти, на сколько единиц стандартной ошибки отстоит полученная нами разность $M_А—M_Б$ от нуля, представляющего среднюю нуль-гипотезы. Поскольку полученная нами разность равнялась +23, а стандартная ошибка $M_А—M_Б$ =6,10, то очевидно, что наша разность находится на расстоянии 3,77 единицы стандартной ошибки выше нуля. Единицы стандартной ошибки называют *t-единицами.* Выражение полученной разности в единицах стандартной ошибки называют *нахождением величины t для данной разности.* Это может быть выражено следующей формулой:

$$t = \frac{(M_A - M_Б) - 0}{S_{M_A-M_Б}} \; . \qquad (6.2)$$

Подставляя значения из нашего эксперимента по измерению времени реакции, мы имеем

$$t = \frac{(185 - 162) - 0}{6{,}10} = \frac{23}{6{,}10} = 3{,}77.$$

Заметьте, что нуль в числителе при числовых операциях можно опустить. Он служит для того, чтобы напомнить нам, что мы проверяем нуль-гипотезу:

$\overline{M}_A — \overline{M}_Б = 0.$

Отвержение или неотвержение нуль-гипотезы

Теперь мы готовы описать, как были получены диаграммы на рис. 6. показывающие величину

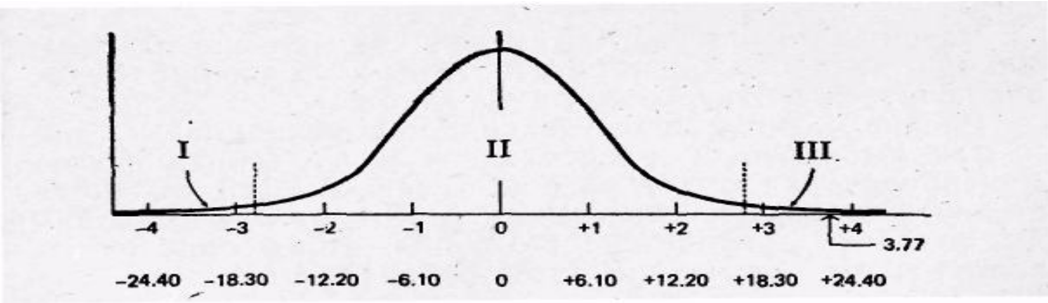

Рис. 6. Ось абсцисс: первая — значения ť-критерия; вторая M_A -$M_Б$. Ось ординат — относительная частота. 1, III — p = 0,005, нуль-гипотеза отвергается; II — p=0,99, нуль-гипотеза не отвергается

разности между средними, необходимую для отвержения нуль-гипотезы. Давайте перерисуем выборочное распределение разностей.

Вы найдете в Статистической таблице 2 в конце данного приложения величину *t,* достаточную для отвержения нуль-гипотезы. Она дана и для альфа-уровня 0,05, и для альфа-уровня 0,01. Эти *критические величины* зависят от величины *N* для каждого условия, или, иначе, от числа *степеней свободы, N*—1, для каждого среднего. (Если вы имеете данное среднее, скажем, 179 мс для 17 испытуемых, эта величина *могла бы* быть получена путем *свободного приписывания* любых величин 16 испытуемым. Однако затем вам *придется* приписать семнадцатому испытуемому совершенно определенную величину, чтобы получить заданное среднее.) Таким образом, поскольку было 17 испытуемых для каждого условия, имели место 16+16 = 32 степени свободы (или *df*).

В таблице нет значений именно для *32df* (но величина для *30df* вполне годится, так как разница между величинами *t* для 30 и *35df* очень мала. Чтобы отвергнуть нуль-гипотезу для 0,05 альфа-уровня, требуется *t,* равное 2,04, для альфа-уровня 0,01—*t,* равное 2,75. Величина *t,* равная в нашем эксперименте 3,77, показывает, что полученная разность +23 попадает в *область отвержения,* даже если использовать альфа-уровень 0,01.

Вероятности показаны так же, как на рис. 6. Исходя из этого, наше статистическое решение будет заключаться в *отвержении* нуль-гипотезы.

Распределение, представленное в величинах *t,* является выборочным распределением *t.* Точная форма *t*-распределения будет разной в зависимости от числа степеней свободы в эксперименте. Вот почему вы должны находить критические величины, чтобы определить, является ли полученное вами различие значимым.

Нуль-гипотеза и ω^2

Из данного статистического приложения видно, что в эксперименте по измерению времени реакций независимая переменная оказывала сильное влияние: *est* ω^2= = 0,28. Ясно, что получить такую разность между условиями в высшей степени невероятно, если верна нуль-гипотеза. Но не смешивайте эти два понятия — силу действия и статистическую значимость. При очень надежных данных даже небольшая разность между средними позволит отвергнуть нуль-гипотезу. В то же время разность может оказаться статистически значимой даже при слабом действии независимой переменной.

Задача: Вычислите t и проверьте нуль-гипотезу при альфа-уровне 0,01 для эксперимента по измерению времени реакции выбора между двумя вспышками света (условие В) и выбора между двумя тонами (условие Г).

Таблица 5

	Условие	В (вспышки)			Условие	Г (тоны)	
Испыт.	ВР	Испыт.	ВР	Испыт.	ВР	Испыт.	ВР
1	304	10	275	1	272	10	261
2	268	11	268	2	264	11	250
3	272	12	254	3	256	12	228
4	262	13	245	4	269	13	257
5	283	14	253	5	285	14	214
6	265	15	235	6	247	15	242
7	286	16	260	7	250	16	222
8	257	17	246	8	245	17	234
9	279			9	251		

Ответ: $M_в$=265; $M_г$=250; $S^2_В$=292; $5^2_Г$=337; t=2,47.

Нуль-гипотеза может быть отвергнута при альфа-уровне 0,05, но не при альфа-уровне 0,01.

Статистические значения. Величина t-критерия, отвергающая нуль-гипотезу.

Таблица 6

Степень свободы *df*	0,05	0,01	Степень свободы *df*	0,05	0,01
1	12, 71	63,66	24	2,06	2,80
2	4,30	9,92	25	2,06	. 2,79
3	3,18	5,84	26	2,06	2,78
4	2,78	4,60	27	2,05	2,77
5	2,57	4,03	28	2,05	2,76
6	2,45	3,71	29	2,04	2,76
7	2,36	3,50	30	2,04	2,75
8	2,31	3,36	35	2,03	2,72
9	2,26	3,25	40	2,02	2,71
10	2,23	3,17	45	2,02	2,69
11	2,20	3,11	50	2,01	2,68
12	2,18	3,06	60	2,00	2,66
13	2,16	3,01	70	2,00	2,65
14	2,14	2,98	80	1,99	2,64
15	2,13	2,95	90	1,99	2,63
16	2,12	2,92	100	1,98	2,63

17	2,11	2,90	120	1,98	2,62
18	2,10	2,88	150	1,98	2,61
19	2,09	2,86	200	1,97	2,60
20	2,09	2,84	300	1,97	2,59
21	2,08	2,83	400	1,97	2,59
22	2,07	2,82	500	1,96	2,59
23	2,07	2,81	1000	1,96	2,58
			оо	1,96	2,58

Статистическая таблица 6 взята из таблицы IV в работе Фишера и Ятса «Статистические таблицы для биологических, сельскохозяйственных и медицинских исследований».

Занятие 6.Однофакторный дисперсионный анализ и *F*-критерий

***t*-критерий** нельзя использовать для обнаружения общего действия независимой переменной в многоуровневом эксперименте. Его можно использовать только для проверки различия между средними значениями двух условий. Для того чтобы определить, отличаются ли в целом друг от друга различные уровни, требуется несколько иной подход и другой статистический критерий. Такой подход называют *дисперсионным анализом*; статистическая значимость оценивается F-критерием. Поскольку мы имеем дело с единственной независимой переменной, мы называем анализ *однофакторным*. В статистическом приложении к следующей главе, где будут рассматриваться эксперименты с двумя независимыми переменными, будет описана техника двуфакторного дисперсионного анализа.

Две оценки $\overline{\sigma}^2_x$

Рассмотрим снова эксперимент по измерению времени реакции, в котором использовались четыре группы испытуемых. Испытуемый дает ответ на звуковой тон; независимой переменной является громкость тона (или, вернее, звуковое давление). Используется четыре уровня звукового давления: 10 децибел (дБ), 30 дБ, 50 дБ и 70 дБ. В каждой группе 17 испытуемых, и для каждого испытуемого определяется среднее время реакции.

Предположим, нуль-гипотеза верна. Тогда в бесконечном эксперименте, т. е. для неограниченного числа тестируемых по каждому уровню испытуемых, мы имели бы всегда одинаковые величины для $\overline{M}_1$ $\overline{M}_2$, $\overline{M}_3$ и $\overline{M}_4$. Хотя, конечно же, среднее время реакции для различных испытуемых, которым предъявляется одно и то же условие, было бы различным.

Мы можем сделать две оценки параметра — $\overline{\sigma}^2 x$ по данным нашего эксперимента, снова допуская нуль-гипотезу $\overline{M}_1 = \overline{M}_2 = \overline{M}_3 = \overline{M}_4$. Одна из оценок основана на учете вариаций времени реакции среди испытуемых по всем уровням. *Внутригрупповая* вариация представляет собой просто объединение вариаций по всем уровням. Другая оценка определяет, насколько отдельные групповые средние отличаются от *общего* среднего эксперимента $M_{1+2+3+4}$. Таким образом, существует *внутригрупповая* оценка $\overline{\sigma}^2 x$ и *межгрупповая* оценка $\overline{\sigma}^2 x$.

Выборочное распределение *F*-критерия

Если верна нуль-гипотеза, то при *достаточно длинной выборке* оценки $\overline{\sigma}^2 x$ должны быть идентичны. В бесконечном эксперименте средняя оценка по межгрупповой вариации будет равна средней оценке по внутригрупповой вариации. В каждом отдельном эксперименте, включая рассматриваемый здесь эксперимент, мы те должны ожидать точного совпадения этих оценок. В одном эксперименте две эти оценки могут быть больше похожи, в другом — меньше. Когда две величины идентичны, их отношение равно 1:

$$\frac{\text{Межгрупповая оценка } \bar{\sigma}_X^2}{\text{Внутригрупповая оценка } \bar{\sigma}_X^2} = 1$$

Это отношение обозначается как F. В вышеприведенном выражении показан случай, когда F=l. Если нулевая гипотеза неверна, разность между средними для различных уровней будет намного больше, чем та, которую можно было бы объяснить несистематической вариацией данных. Межгрупповая оценка будет больше, чем внутригрупповая оценка; F будет *больше* 1.

Однако можно ожидать, что отношение F от эксперимента к эксперименту будет отличаться от 1, даже если средняя величина равна 1 (как это предполагается нуль-гипотезой). Распределение величин F в бесконечном ряду экспериментов при допущении верности нуль-гипотезы является еще одним *выборочным распределением.* Это распределение можно представить так же, как распределение для *t*. Для примера приводится рис. 7.

Вопрос состоит в том, превышает ли полученная в некотором эксперименте величина F критическое значение, соответствующее выбранному альфа-уровню, обычно 0,05 или 0,01. Другими словами, мы отвергнем нулевую гипотезу только если вероятность того, что полеченная нами величина F могла бы появиться при правильности нулевой гипотезы, достаточно мала. Для этого

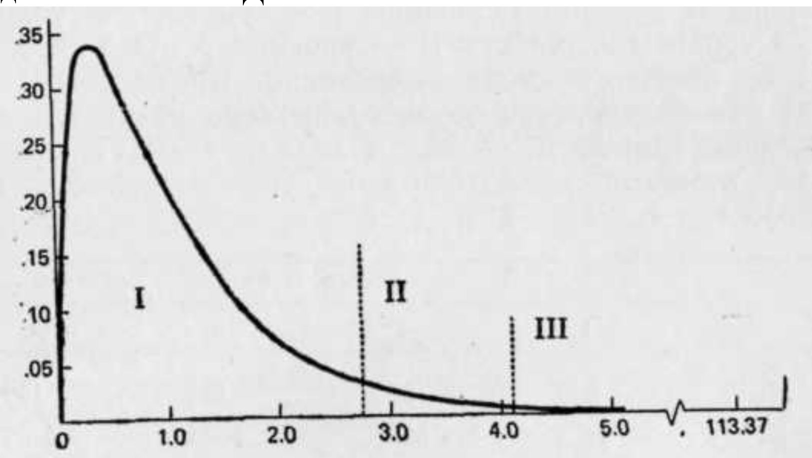

Рис. 7. Ось абсцисс - F-отношение. Ось ординат- относительная частота. I — область принятия нуль-гипотезы; II — область отвержения с p = 0,05; III — область отвержения с p=0,01

наша F должна быть, конечно, больше 1, причем тем больше, чем меньше число испытуемых (или число проб) и чем больше несистематическая вариация.

Нахождение величины *F*

Давайте сделаем таблицу, показывающую, какие показатели необходимы для вычисления F.

Таблица 7

Показатель	Уровень звука			
	1	2	3	4
M_X	M_1	M_2	M_3	M_4
$\sum x^2$	$\sum x_1^2$	$\sum x_2^2$	$\sum x_3^2$	$\sum x_4^2$
n	n_1	n_2	n_3	n_4

Поскольку мы уже делали некоторые вычисления по четырем группам данных, давайте предположим, что они были получены и в эксперименте, где исследовалось влияние уровня громкости на время реакции. Назовем условие В уровнем 1, условие Г — уровнем 2, условие А — уровнем 3, условие Б — уровнем 4. Это избавит нас от большого числа вычислений. Кроме того, это даст нам уменьшение среднего времени реакции с увеличением громкости — как и должно быть.

Таблица 8

Уровень звука

Показатель	Уровень звука			
	1	2	3	4
M_X	265	250	185	162
$\sum x^2$	4673	5391	5808	4306
n	17	17	17	17

Сумма квадратов для отдельной группы. Внутригрупповая (ВГ) сумма квадратов (СК) будет использована для определения оценки $\overline{\sigma}^2x$ внутри группы. Она находится простым сложением членов Σ^2х по строке, поэтому:

$$СК_{ВГ} = \sum x_1^2 + \sum x_2^2 + \sum x_3^2 + \sum x_4^2. \qquad (7.1)$$

Здесь:

$$СК_{ВГ} = 4673 + 5391 + 5808 + 4306 = 20\ 178.$$

Сумма квадратов между группами. Межгрупповая сумма квадратов будет использована при определении оценки $\overline{\sigma}^2x$ между группами. Для того, чтобы найти ее, вы сначала вычисляете общее («общ») среднее для четырех условий:

$$M_{общ} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{k}, \qquad (7.2)$$

где k — число групп. Здесь

$$M_{общ} = \frac{265 + 250 + 185 + 162}{4} = \frac{862}{4} = 215{,}5$$

Затем ищется разность между каждым отдельным средним и общим средним. Такие разности обозначаются буквой d. Так,

$$d_1 = M_t — M_{общ},\ d_2 = M_2 — M_{общ} \ldots \qquad (7.3)$$

Для числовых данных:

d_1 = 265 — 215,5= +49,5; d_2 = 250 — 215,5 = +34,5;

d_3 = 185 — 215,5= —30,5; d_4 = 162 —215,5 = —53,5.

Межгрупповая (МГ) сумма квадратов — это просто сумма квадратов величин *d*, умноженная на число случаев (*n*) по данному условию:

$CK_{МГ} = n(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2)$. 7.4)

Для числовых данных:

$CK_{МГ}$ = 17(2450,25 + 1190,25 + 930,25 + 2862,25) -= 17(7433) = 126361.

Внутригрупповое среднее квадратичное (СКВ$_{ВГ}$).

Оценка $\bar{\sigma}^2x$, основанная на внутригрупповой вариации, называется *внутригрупповым средним квадратичным.* Она находится делением суммы квадратов внутри групп на сумму степеней свободы для средних всех групп. Так, она равняется (n_1—1) + (n_2—1) + (n_3—1), ...

Поскольку мы имеем *k* условий и N испытуемых в целом,

$df_{ВГ} = N — k$. (7.5)

Для нашего эксперимента

$df_{ВГ}$ = 68 — 4 = 64.

Как уже говорилось,

$$CKB_{ВГ} = \frac{CK_{ВГ}}{N-k}. \qquad (7.6)$$

Для наших данных

$$CKB_{ВГ} = \frac{20178}{64} = 315$$

Межгрупповое среднее квадратичное. Оценка $\bar{\sigma}^2x$, основанная на межгрупповой вариации, называется *межгрупповым средним квадратичным* (СКВ$_{МГ}$). Она находится делением межгрупповой суммы квадратов на число степеней свободы для общего среднего, вычисленного из средних для различных условий:

$df_{МГ} = k — 1$ (7.7)

А для числовых данных

$df_{МГ}$ = 4 — 1 = 3.

Как уже говорилось,

$$CKB_{МГ} = \frac{CK_{МГ}}{df_{МГ}}. \qquad (7.8)$$

Или:

$$CKB_{МГ} = \frac{126361}{3} = 42120.$$

F-отношение. Последний шаг в вычислении F-деление межгруппового среднего квадратичного на внутри-групповое среднее квадратичное. Вспомните, что чем больше это отношение, тем более вероятно, что нуль-гипотеза может быть отвергнута:

$$F = \frac{CKB_{МГ}}{CKB_{ВГ}}. \qquad (7.9)$$

Или:

$$F = \frac{42120}{315} = 133,71.$$

Отвержение или принятие нуль-гипотезы

На графике F-распределения, приведенном в начале данного статистического приложения, полученная нами величина F оказывается расположенной далеко справа. Очевидно, что если бы была верна нулевая гипотеза, то такое большое F-отношение должно получаться крайне редко, ведь в бесконечном ряду экспериментов отношение равнялось бы 1. Мы должны обеспечить уверенность, что имеем право отвергнуть нуль-гипотезу, найдя критическую величину в Статистической таблице 3 в конце данного приложения.

Поскольку распределение будет иметь различную форму в зависимости от числа степеней свободы в числителе и знаменателе, таблица разделена на несколько вертикальных столбцов и множество горизонтальных строк. Каждый *столбец* содержит критические величины F для альфа-уровня 0,05 и 0,01 при определенном числе степеней свободы в *числителе* F-отношения. Каждая строка показывает то же самое для определенного числа степеней свободы в знаменателе.

Используя Статистическую таблицу 3 для нашего F = 133,71 с $df = 3$ в числителе и $df = 64$ в знаменателе, мы обращаемся к столбцу 3 и строке 65 наиболее близкой к 64. Величина 2,75 показывает значение F, требуемое для отвержения нулевой гипотезы на уровне 0,05; величина 4,10 показывает значение, требуемое для отвержения нуль-гипотезы на уровне 0,01. Этим уровням соответствуют линии, приведенные на графике распределения F. Область отношений отвержения нуль-гипотезы для каждого из этих альфа-уровней, лежит справа от каждой линии. Конечно, нет необходимости рисовать распределение, когда мы можем использовать таблицу критических величин. Для наших числовых данных мы можем утверждать, что $p < 0,01$.

Таблица дисперсионного анализа

Только что описанный метод называют *дисперсионным анализом* (или ANOVA при вычислениях на ЭВМ). По существу, все дисперсии данных уже были проанализированы по частям. Вы могли бы вычесть общее среднее из величины реакции, полученной для каждого испытуемого, и возвести в квадрат 68 разностей. Их сложение дает общую сумму квадратов ($СК_{общ}$)· Теперь, если вы сложите вместе сумму квадратов внутри групп и сумму квадратов между группами и не сделаете ошибок, эта сумма тоже будет равняться общей сумме квадратов ($СК_{общ}$)·

Представлять результаты дисперсионного анализа принято в виде таблицы сумм квадратов и средних квадратичных. Вот как мы могли бы представить наши данные:

Дисперсионный анализ

Таблица 9

Эксперимент по исследованию зависимости между громкостью стимула и временем реакции

Источник дисперсии	СК	*df*	СКВ	*F*	*p*
Между уровнями громкости	126361	3	42120	133,71	<0,01
Внутри уровней громкости	20178	64	315		
Общая	146539	67			

Задача: Проведите дисперсионный анализ на основании следующих данных, соотносящих число решенных проблем с величиной денежной награды. Завершите анализ дисперсионной таблицей. Данные получены на различных группах испытуемых.

Таблица 10

Награда (от меньшей к большей)

Уровень 1	Уровень 2	Уровень 3	Уровень 4	Уровень 5	Уровень 6
10	8	12	12	24	19
11	10	17	15	16	18
9	16	14	16	22	27
13	13	9	16	18	25
7	12	16	19	20	24
Ответ					

Таблица 11

Источник дисперсии	СК	*df*	СКВ	*F*	*p*
Между уровнями	590,8	5	118,16	12,64	<0,01
Внутри уровней	224,4	24	9,35		
Общая	815	29			

Занятие 7. ДВУХФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Для того чтобы при наличии двух независимых переменных проверить статистическую значимость двух результатов действия независимой переменной, а также взаимодействие между переменными, применяется *F*-критерий. Принципы его применения точно такие же, как и описанные в предыдущем приложении. Для того чтобы выявить, достаточно ли величина отношения превышает 1, чтобы отвергнуть нуль-гипотезу, производится сравнение межгрупповой оценки дисперсии генеральной совокупности с внутригрупповой оценкой.

Как получить внутригрупповую оценку, уже было показано. Межгрупповая оценка определяется раздельно для каждого из двух основных результатов действия и для взаимодействия. Таким образом, вычисляются три величины F; каждая полученная величина сравнивается с табличным значением критерия для альфа-уровня, равного 0,05 или 0,01. Это значение критерия можно найти в статистической таблице 3.

Эксперимент с двумя независимыми переменными

Давайте по-другому рассмотрим четыре выборки наших данных по времени реакции. Допустим, что на самом деле эксперимент на время реакции проводился с двумя независимыми переменными: одной из них был тип стимула – свет или тон, другой– тип реакции: простая реакция или реакция выбора. Простая реакция означает нажатие левой кнопки, когда сигнал появляется слева, нажатие правой – когда он появляется справа. Вернемся к исходным обозначениям: условие А представляет простую реакцию на световой стимул; условие Б – простую реакцию на тон; условие В – реакцию выбора на свет; Т – реакцию выбора на тон. Опыт проводился на четырех группах по 17 испытуемых. Ниже приводятся средние времена реакций, полученные для четырех групп испытуемых.

Таблица 12

Тип реакции	Тип сигнала		
	Звук	свет	среднее
Простая реакция	162	185	173,5
Реакция выбора	250	265	257,5
Среднее	206,0	225,0	215,5

Различие, связанное с ответом (типом реакции), представлено в этом случае *различием между строками,* а различия, – вызванные стимулом, представлены *различиями между столбцами.* Таким образом, произведение реакции на стимул есть произведение строки на столбец (стр×стл). В матрице г строк и с столбцов, в нашем случае $r=c=2$.

Внутригрупповое среднее квадратичное

Для тех же четырех групп данных можно использовать предыдущие расчеты для вычисления среднего квадратичного внутри группы *($СКВ_{ВГ}$):*

или

$СК_{ВГ}$ = 4306 + 5808 + 5391 + 4673 = 20178.

Как вы заметили, индексы у слагаемых уже новые. $\sum x^2_{r1c1}$ означает, что (полученная внутри группы величина x^2 соответствует строке 1 (простая) и столбцу 1 (тон). Точно так же $\sum x^2_{r2c2}$ означает величину для строки 2 (выбор) и столбца 2 (свет) и т. д.

Здесь для нахождения среднего квадратичного можно снова применить формулу (7.6) (поскольку $r \times c = k$):

$$СКВ_{ВГ} = \frac{СК_{ВГ}}{N - rc}.$$

Из того, что 68 испытуемых делятся на 4 группы, как и ранее, следует

$$СКВ_{ВГ} = \frac{20178}{68-4} = 315.$$

Среднее квадратичное по строкам

Вначале найдем сумму квадратов по строкам и из нее найдем среднее квадратичное по строкам. Разности между средним по каждой строке и общим средним вычисляются следующим образом:

$d_{r1} = M_{r1} - M_{общ}$, $d_{r2} = M_{r2} - M_{общ}$ (8.2)

или:

d_{r1} = 173,5 – 215,5 = –42,0, d_{r2} = 257,5 – 215,5= +42,0.

Сумма квадратов по строкам – это сумма квадратов этих d-значений, умноженная на произведение числа случаев в группе η и числа столбцов c:

$СК_{стр} = nc(d^2_{r1} + d^2_{r2})$ и т. д., если есть последующие строки. (8.3)

Здесь

$СКВ_{стр}$ = 172(1764,0 + 176,40) = 119952

Число степеней свободы для строк равно их числу минус 1:

$df_{стр} = r - 1$. (8.4)

В нашем случае

$df_{стр}$ = 2 – 1 = 1.

И здесь также межгрупповое среднее квадратичное находится делением суммы квадратов на число степеней свободы. Поэтому для строк

$$СКВ_{стр} = \frac{СК_{стр}}{df_{стр}} \qquad (8.5)$$

или:

$$СКВ_{стр} = \frac{119952}{1} = 119952.$$

Среднее квадратичное по столбцам

Совершенно аналогичные процедуры могут быть сделаны и относительно столбцов. Вначале

$$d_{c1} = M_{c1} - M_{общ},\ d_{c2} = M_{c2} - M_{общ} \qquad (8.6)$$

или:

$$d_{c1} = 206{,}0 - 215{,}5 = -9{,}5,\ d_{c2} = 225{,}0 - 215{,}5 = +9{,}5,$$

$$СК_{стл} = nr(d^2_{c1} + d^2_{c2}) \text{ и т. д., если есть еще столбцы} \qquad (8.7)$$

или:

$$СК_{стл} = 17 \cdot 2(90{,}25 + 90{,}25) = 6137,$$

$$df_{стл} = c - 1 \qquad (8.8)$$

или:

$$df_{стл} = 2 - 1 = 1,$$

$$СКВ_{стл} = \frac{СК_{стл}}{df_{стл}}. \qquad (8.9)$$

В нашем случае

$$СКВ_{стл} = \frac{6137}{1} = 6137.$$

Среднее квадратичное (строки × столбцы)

Для того чтобы найти сумму квадратов (СКстр×стл), вы должны вначале найти разность между средним каждой подгруппы и общим средним, Затем сложить квадраты этих разностей и умножить полученную сумму на число случаев в группе. Наконец, вычесть из этого числа сумму квадратов по строкам и сумму квадратов по столбцам. Давайте теперь проделаем эти операции шаг за шагом:

$d_{r1c1} = M_{r1c1} - M_{общ}$, $d_{r1c2} = M_{r1c2} - M_{общ}$,

$d_{r2c1} = M_{r2c1} - M_{общ}$, $d_{r2c2} = M_{r2c2} - M_{общ}$.

В нашем случае

$d_{r1c1} = 162{,}0 - 215{,}5 = -53{,}5$,

$d_{r1c2} = 185{,}0 - 215{,}5 = -30{,}5$,

$d_{r2c1} = 250{,}0 - 215{,}5 = +34{,}5$,

$d_{r2c2} = 265{,}0 - 215{,}5 = +49{,}5$,

$$СКстр×стл = n\,(d^2_{r1c1} + d^2_{r1c2} + d^2_{r2c1} + d^2_{r2c2}) - СКстр - СК_{стл}. \qquad (8.10)$$

(Замечание: первая часть уравнения уже вычислялась с использованием уравнения 7.4.)

СКстр×стл = 17(2862,25 + 930,25 + 1190,25 + 2450,25) – 119952 – 6137 = 126361 – 119952 – 6137 = 272.

Прежде чем мы перейдем ıк последнему шагу вычисления среднего квадратичного (СКВстр×стл), мы должны найти число степеней свободы для взаимодействия строк и столбцов. Вспомним, что мы сравниваем разности по одной независимой переменной, вызванные действием другой независимой переменной. Существуют $(r - 1)$ разностей по строкам и $(c - 1)$ при сравнении этих строк с разностями по столбцам. Таким образом, общее число df равно произведению $(r - 1)(c - 1)$. В нашем случае, где всего две строки и два столбца, взаимодействие (строки×столбцы) равно 1:

$df_{\text{стр}\times\text{стл}} = (r - 1)(c - 1)$ (8.11)

или:

$df_{\text{стр}\times\text{стл}} = (2 - 1)(2 - 1) = 1.$

Среднее квадратичное по строкам и столбцам равно сумме квадратов по строкам и столбцам, деленное на соответствующее число степеней свободы:

$$СКВ_{\text{стр}\times\text{стл}} = \frac{СК_{\text{стр}\times\text{стл}}}{df_{\text{стр}\times\text{стл}}} \quad (8.12)$$

В нашем случае

$$СКВ_{\text{стр}\times\text{стл}} \frac{272}{1} = 272.$$

Вычисление *F*-отношения

Теперь у нас есть четыре оценки популяционной дисперсии $\bar{\sigma}^2_X$. Это (1) внутригрупповое среднее квадратичное; (2) среднее квадратичное по строкам; (3) среднее квадратичное но столбцам и (4) среднее квадратичное – строки×столбцы. Мы можем использовать внутригрупповое среднее квадратичное как -знаменатель при вычислении F-отношения относительно каждого из остальных средних квадратичных. Введение знаменателя часто называют *показателем ошибки,* имея в виду несистематическое изменение, которое невозможно контролировать в экспериментальных условиях:

$$F_{\text{стр}} = \frac{СКВ_{\text{стр}}}{СКВ_{ВГ}}. \quad (8.13)$$

В нашем случае

$$F_{\text{стр}} = \frac{119952}{315} = 380,80.$$

Таким же образом,

$$F_{\text{стл}} = \frac{СКВ_{\text{стл}}}{СКВ_{ВГ}} \quad (8.14)$$

или:

$$F_{\text{стл}} = \frac{6137}{315} = 19,48.$$

И еще раз соответственно:

$$F_{\text{стр}\times\text{стл}} = \frac{СКВ_{\text{стр}\times\text{стл}}}{СКВ_{ВГ}} \quad (8.15)$$

или:

$$F_{\text{стр}\times\text{стл}} = \frac{272}{315} = 0,86.$$

Принятие или отвержение нуль-гипотезы

Аналогично тому, как это делалось в статистическом приложении воспользуемся Статистической таблицей 3 для нахождения критического Значения F. Для $F_{\text{стр}}$ имеется 1*df* в числителе и 64*df* в знаменателе. Табличное значение для отвержения нуль-гипотезы для 1 и 65*df* равно 7,04 на уровне 0,01, Очевидно, что полученная нами величина 380,80 позволяет на этом уровне отклонить нуль-гипотезу. Для $F_{\text{стр}}$ комбинация в числителе и знаменателе та же самая. И здесь полученная величина 19,48 позволяет отклонить нуль-гипотезу на альфа-уровне, равном 0,01.

Для $F_{\text{стр}\times\text{стл}}$ мы также ищем табличное значение для 1 и 65*df*. Полученная нами величина 0,86 не позволяет отклонить нуль-гипотезу даже для альфа-уров-ня = 0,05.

Критическое значение здесь равно 3,99. F, меньшее единицы, может быть получено лишь для выборочного распределения. В этом случае оно просто не может быть статистически значимым.

Таблица дисперсионного анализа

Дисперсионный анализ можно подытожить в виде следующей таблицы. Обратите внимание, что степени свободы являются аддитивными так же, как и суммы квадратов.

Таблица 13

Дисперсионный анализ.Эксперимент на время реакции с разными типами стимулов и видами реакций

Источник дисперсии	СК	*df*	СКВ	F	*p*
Реакции (строки)	119952	1	119952	380,80	<0,01
Стимулы (столбцы)	6137	1	6137	19,48	<0,01
Взаимодействие строки × столбцы	272	1	272	0,86	
Внутрнгрупповая	20178	64	315		
Общая	146539	67			

Задача. Используйте данные из задачи в статистическом приложении и проведите дисперсионный анализ с составлением таблицы дисперсионного анализа. Снова данные получены для шести раздельных групп испытуемых. Одной переменной является величина награды, второй переменной – трудность задачи. Данные должны быть использованы следующим образом.

Таблица 14

Трудность

Трудность	Величина награды от низкой к высокой		
	А	Б	В
Легкая Трудная	Ур. 4 Ур. 3	Ур. 5 Ур. 2	Ур. 6 Ур. 1
Ответ:			

Таблица 15

Источник дисперсии

Источник дисперсии	СК	*df*	СКВ	F	*p*
Трудность (строки)	433,2	1	433,2	46,33	<0,01
Награда (столбцы)	15,8	2	7,9	0,84	
Взаимодействие (трудность × награда)	141,8	2	70,9	7,58	<0,01
Внутригрупповая	224,4	24	9,35		
Общая	815,2	29			

Занятие 8.Стандартные оценки

Самая простая формула для вычисления коэффициента корреляции между двумя выборками оценок задается с помощью *стандартных оценок.* Эта формула дает также наиболее ясное представление о значении коэффициента корреляции. Вот почему в этом приложении вводится понятие стандартной оценки. Кроме того, стандартные оценки, полученные в различных тестах, можно сравнить между собой. Так, если вы скажете кому-либо, что по истории вы получили тестовую оценку 38, а по английскому языку — 221, он мало что поймет. Однако этот «кто-то», если он читал данное приложение, получит точную информацию из сообщения, что ваша стандартная оценка по истории ранка +2,1, а по английскому языку —1,3.

Вы уже знаете, что (первичная) тестовая оценка какого-либо испытуемого в группе обозначается через X. Тестовая же оценка данного конкретного испытуемого обозначается с помощью индекса. Так, например, тестовая оценка испытуемого 3 записывается как X_3. Вы также знакомы с отклонением оценки от среднего x=X—M_x. Отклонение оценки испытуемого 3 записывается как x_3=X_3—M_x. Если отклонение оценки испытуемого разделить на стандартное отклонение σ_x распределения оценок, то оно преобразуется в стандартную оценку (или *z*-оценку).

Допустим, что испытуемый 3 имеет (первичную) тестовую оценку 60. Средняя оценка для группы равна 49 и стандартное отклонение оценок равно 12, т. е. X_3=60, M_x=49, σ_x=12. Прежде всего x_3=60—49=+11. Давайте теперь вычислим z_x, т. е. найдем стандартную оценку для испытуемого 3:

$z_x=x/\sigma_x$. (9.1)

Следовательно,

$$z_{x_3} = +\frac{11}{12} = +0{,}92.$$

Поскольку стандартные оценки редко имеют величину больше +2 и меньше —2, то вы узнаете, что оценка именно этого испытуемого лежит примерно посередине между средней и наивысшей оценкой в группе.

Рабочие оценки, такие, например, как оценки качества работы контролеров, которые необходимо скоррелировать с тестовыми оценками, обычно обозначаются символом Y вместо X. Тогда отклонение оценки обозначается через у, а стандартная рабочая оценка — z_Y. Итак, мы говорим о нахождении корреляции между X *и* Y тогда, когда каждый испытуемый в группе имеет оценку X и оценку Y. Коэффициент корреляции обозначается символом r_{XY}.

Вычисление r_{XY}

Для вычисления коэффициента оды снова воспользуемся ранее приводившимися данными. Возьмем данные для условия А как тестовые оценки 17 испытуемых, а данные для условия Б как рабочие оценки для тех же испытуемых. Однако чтобы подчеркнуть относительный характер стандартных оценок, умножим каждое значение для условия Б на 10. К счастью, мы уже сделали много вычислений, необходимых для (получения r_{XY}· Для тестовых оценок «мы просто используем полученные ранее — среднее и стандартные отклонения. Для условия Б полученные — среднее и стандартные отклонения нужно просто умножить на 10.

Вы видите, что тестовая оценка (X) первого испытуемого S_1 была 223, а его рабочая оценка —1810. Сдвинувшись по этой строке от обоих концов к середине, мы обнаружим, что *x* равно +38 (т. е. 223—185) и *y* равно +190 (т. е. 1810—1620). Далее, видим, что z_X равно 2,054 (т. е. +38, деленное на 18,5), а z_y равно + 1,195 (т. е. 190, деленное на 159). И наконец, в сред нем столбце мы находим произведение z_x на z_y, которое равно +2,455.

Такие же вычисления, сделанные для остальных 16 испытуемых, заполняют всю остальную таблицу. Ниже этих данных приведены величины средних и стандартных отклонений. Еще ниже в центре дается сумма по столбцу $z_x z_y$, равная +7,336. Это число, деленное на число испытуемых — 17, и дает величину коэффициента корреляции, равную +0,432.

Таблица 16

Тестовые оценки помещены в приводимой ниже таблице во втором столбце слева, а рабочие оценки — во втором столбце справа. Они обозначены как *X и У* соответственно

s	X	χ	Z_x	$Z_x Z_y$	Z_y	y	γ	s
1	223	+38	+2,054	+2,455	+ 1,195	+ 190	1810	1
2	184	— 1	— ,054	— ,109	--2,013	+320	1940	2
3	209	+24	+ 1,297	+ ,898	— ,692	+ 110	1730	3
4	183	— 2	+ ,108	— ,061	— ,566	— 90	1530	4
5	180	— 5	— ,270	— ,102	+ ,377	+ 60	1680	5
6	168	— 17	— ,919	— ,810	+ ,881	+ 140	1760	6
7	215	+30	+ 1,622	+ ,102	+ ,063	+ 10	1630	7
8	172	-13	— ,703	+ ,442	— ,629	— 100	1520	8
9	200	+ 15	+ ,811	— ,357	— ,440	— 70	1550	9
10	191	+ 6	+ ,324	— ,143	— ,440	— 70	1550	10
11	197	+ 12	+ ,649	+ ,653	+ 1,006	+ 160	1780	11
12	188	+ 3	+ ,162	— ,020	— ,126	— 20	1600	12
13	174	— 11	— ,595	— ,075	+ ,126	+ 20	1640	13
14	176	— 9	— ,486	— ,214	+ ,440	+ 70	1690	14
15	155	—30	— 1,622	+ ,714	— ,440	— 70	1550	15
16	165	—20	— 1,081	+2,720	—2,516	—400	1220	16
17	163	—22	—1,189	+ 1,346	—1,132	—180	1440	17
M	185						1620	
σ	18,5						159	

$$\Sigma z_x z_y = +7{,}336;$$
$$r_{xy} = +0{,}432.$$

В случае, если вам не хочется запоминать все эти термины, вы можете обратиться к следующей формуле для расчета коэффициента корреляции:

$$r_{XY} = \frac{\Sigma z_X z_Y}{N} \qquad (9.2)$$

или для наших данных

$$r_{XY} = \frac{+7{,}336}{17} = +0{,}432.$$

Диаграмма разброса (корреляционное поле)

На рис. 7 показана диаграмма разброса, каждая точка которой представляет одного испытуемого. Значения шкал даны в единицах стандартных оценок *г*.

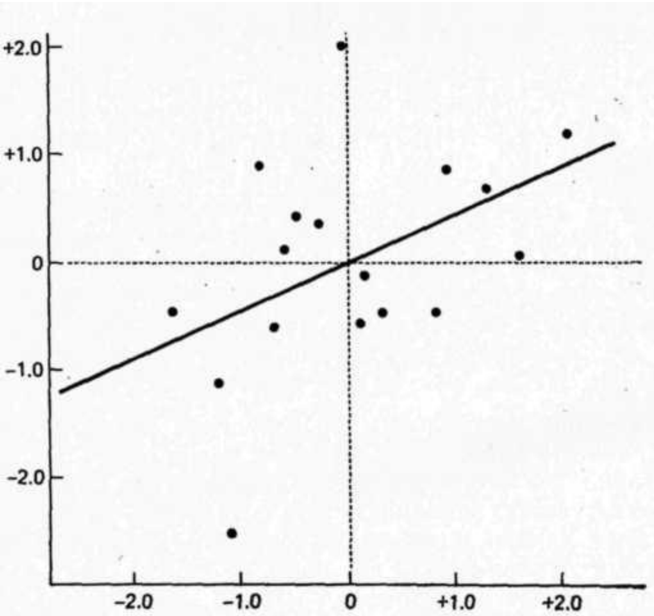

Рис.7. Корреляционное поле. Масштабы осей равны и представлены в единицах стандартных оценок

При таких осях наклон линии предсказывания прямо показывает величину r_{XY}. В нашем случае r_{XY} равно +0,432. Это значение наклона линии: на каждое смешение на единицу вправо точки линии поднимаются вверх на 0,432 единицы. Так, если данный испытуемый имеем значение z_X, равное +1, то предсказываемое значение z_X для него равно +0,432. Таким образом, предсказываемая величина значительно ближе к среднему распределения, чем та величина, на основе которой делалось предсказание. Поэтому говорят, что предсказания стремятся *(регрессируют)* к среднему, и линия предсказания называется *линией регрессии* X на Y. Более точно, это предсказание z_Y по z_X.

Вы можете заметить, что линия предсказания проходит через пересечение точек $z_X = 0$ и $z_Y = 0$. Обе эти точки представляют средние значения соответствующих распределений. Это справедливо, независимо от значения величины r_{XY}. Если испытуемый оказывается в точке среднего по X, то наилучшим .предсказанием всегда будет среднее по Y. Далее видно, что если оценка будет выше среднего по X (положительное значение z_X), то предсказываемая оценка будет также выше среднего по Y (положительное значение z_Y). Точно так же для X ниже среднего значения предсказываемая оценка Y будет ниже среднего значения по Y.

И наконец, чем выше величина r_{XY}. тем меньше регрессия предсказания. В случае полной корреляции линия предсказания будет иметь наклон +1. Так, если, например, z_X равно +1,5, то предсказываемое z_Y тоже будет равно +1,5, а если z_X равно —0,8, то z_Y тоже будет равно —0,8. При полной корреляции регрессия к среднему отсутствует. С другой стороны, если корреляция равна 0, то линия будет иметь нулевой наклон, т. е. она будет представлять собой горизонтальную линию. Она будет проходить на уровне z_Y=0, т. е. среднего значения по Y. Поэтому, какая бы ни была величина z_X, наилучшее предсказание всегда будет z_Y = 0. Следовательно, при нулевой корреляции все предсказываемые значения регрессируют к среднему.

Все это может быть представлено посредством следующей формулы:

$$\hat{z}_Y = r_{XY} z_X. \qquad (9.3)$$

Эта формула показывает, что стандартную оценку для выборки Y можно получить, умножив стандартную оценку для выборки X на коэффициент корреляции между X и Y. Например, для испытуемого, имеющего стандартную оценку z_X, равную +0,50 с коэффициентом корреляции 0,70, получим

$$\hat{z}_Y = 0{,}70(+0{,}50) = +0{,}35.$$

Задача: Вычислите r_{XY} для данных в задаче, приведенной в статистическом приложении к главе 6. Используйте условие В для X и условие Г для Y.

Ответ: $r_{XY} = 0{,}576$.

6. КОНТРОЛЬНЫЙ ТЕСТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»

1. Как называется переменная, уровень которой в ходе исследования устанавливает и контролирует исследователь:

1. Планометрическая
2. Зависимая
3. Независимая
4. Корреляционная

2. Как называется стадия исследования, на которой формулируются идеи о причинах и следствиях избранных для исследования явлений:

1. Стадия наблюдения
2. Корреляционная стадия
3. Контрольная стадия
4. Стадия формирования гипотезы

3. Каким понятием в исследовательской практике принято оценивать случайность или закономерность события в будущем:

1. Корреляция
2. Плотность
3. Шанс
4. Вероятность

4. Какое из утверждений верно описывает, что такое нормализация теста:

1. Перевод общих результатов теста, выраженных в баллах, во взвешенные результаты.
2. Приведение конструкции теста в такой вид, при котором обследование любой достаточной по численности группы дает нормальное распределение результатов
3. Приведение содержания теста в соответствие с культурными нормами

5. Источником погрешностей, снижающих точность теста и надежность результатов, могут быть:

1. Несовершенство измерительного инструмента
2. Ситуация тестирования
3. Состояние испытуемого
4. Состояние и поведение экспериментатора
5. Способ оценки и интерпретации
6. Все перечисленное
7. Отмеченное в пп. 2, 3 и 4

8. Отмеченное в пп. 1 и 5

6. С. Стивенс в 1950 году ввел в психологию представ ление об уровнях измерения, в число которых НЕ входит один из перечисленных:

1. Номинальный
2. Эссенциальный
3. Порядковый
4. Интервальный
5. Относительный

7. Какое из определений случайного распределения верно:

1. Распределение пунктов теста в случайном порядке
2. Использование метода случайных чисел при планировании эксперимента
3. Распределение испытуемых по группам или экспериментальным условиям методом случайного выбора

8. Какой из терминов является синонимом случайного распределения:

1. Рандомизация
2. Сплиттрирование
3. Квантирование
4. Броунизация

9. Какую из возможностей обеспечивает случайное распределение:

1. Сравнивая результаты разных групп, выявить дополнительные закономерности изучаемого параметра
2. Добиться повышения статистической достоверности получаемых результатов
3. Устранить из эксперимента все факторы, кроме присутствия или отсутствия независимой переменной

10. Какой из показателей характеризует степень разнообразия испытуемых (значений признака) по изучаемому параметру:

1. Средне-квадратичное отклонение
2. Число степеней свободы
3. Точный критерий Фишера

11. Стандартное (среднеквадратичное) отклонение связано с:

1. Нормой
2. Средней величиной
3. Патологией
4. Случайностью

12. Каков наиболее верный способ установить надежный контроль за ходом эксперимента:

1. Статистический анализ
2. Использование компьютера
3. Рандомизация
4. Тщательный отбор испытуемых/объектов

13. Вам необходимо сделать вывод о причинных отношениях трех видов доказательств; какое из доказательств НЕ входит в число этих трех:

1. Установлены статистические связи X и Y
2. X предшествует Y во времени

3. Исходная гипотеза отвергнута
4. Y не определяется другими факторами

14. Вы сравниваете эффективность трех методов лечения при редком нарушении; эти методы использовались у 27 пациентов, составивших три группы. Какая статистическая процедура наиболее уместна при обработке результатов:

1. Критерий Хи-квадрат
2. F — точный критерий Фишера
3. Процентный анализ
4. Корреляционный анализ

15. Вы сравнили эффективность трех методов лечения, каждым из которых пользовали по 9 пациентов. Точный критерий Фишера оказался на уровне 0,3. Исходя из этого, вы:

1. Примете исходную гипотезу
2. Отвергнете исходную гипотезу
3. Проведете попарное сравнение результатов
4. Поставите исходную гипотезу под сомнение

16. В рамках исследования по изучению гендерных различий проводится подсчет количества мужчин и женщин, в течение дня глядевшихся в зеркало в большом универмаге. Исходная гипотеза состоит в том, что женщины делают это чаще мужчин. Для проверки этой исходной гипотезы следует предпочесть одну из перечисляемых статистических процедур:

1.Расчет среднего количества мужчин и женщин, глядевшихся в зеркало за равные промежутки времени

2.Тест Хи-квадрат

3.Корреляционный анализ

4.Факторный анализ

17. Вы обследовали 100 испытуемых по тесту с максимально возможным результатом 180 и минимально возможным 10. У 30-ти испытуемых показатель оказался равным 160—180 и у 40 — равным 10—20. Какой из перечисленных ниже показателей при таком распределении результатов будет искажен больше всего:

1. Коэффициент корреляции тест-ретест
2. Средняя
3. Медиана
4. Мода

18. Вы проводите исследование с помощью опросника Айзенка и планируете проанализировать корреляционные связи. Какой способ цифровой кодировки ответов «Да» и «Нет» определенно НЕ годится для этого:

1.+1 и -1

2.1 и 0

3.2 и 1

4.3 и 2

19. В одной из диссертаций было показано, что коэффициент корреляции между временем экспозиции слухового стимула и оценкой испытуемыми его громкости составляет +1,31. Отсюда следует, что:

1. Длительность звона электронных будильников нужно увеличить до 15 мин.

2. Исследователь допустил ошибку при планировании эксперимента
3.Распознавание слуховых стимулов зависит от времени их экспозиции
4.Допущена ошибка при статистической обработке

20. В каком утверждении описано, что означает 95 %-й уровень доверительности:
1. Вероятность улучшения результатов при ретестировании
2. Достоверность на уровне 0,05
3. Исходная гипотеза не будет подтверждаться в 5 случаях из 100
4. Испытуемые выполнили тест в точном соответствии с инструкцией

21. О чем из предложенных вариантов свидетельствует положительный скос распределения результатов:
1.Мода и средняя одинаковы
2.Средняя больше медианы или моды
3.Мода и медиана одинаковы
4.Средняя меньше медианы или моды

22. При проведении двух разных тестов тревожности в одной группе испытуемых оказалось, что коэффициент корреляции результатов тестов составил (-0,78). Это означает, что:
1. Получившие высокий результат по одному тесту имели низкий результат по другому
2. Тревожность измеряется только одним тестом
3. Примерно 20 % испытуемых искажали ответы
4. Примерно 80 % испытуемых искажали ответы

23. Не очень часто, но все же случается, что стандартное отклонение равно нулю. Выберите ответ, верно выражающий значение этого:
1. Результаты тестирования/эксперимента недостоверны
2. Все испытуемые показали одинаковые результаты
3. Надо провести контрольный тест с другой группой
4. Тест обладает максимально возможной надежностью

24. Какое из утверждений описывает условия, при котором тест можно считать стандартизованным:
1. Нужно, чтобы в каждом разделе было одинаковое число пунктов
2. Нужно, чтобы тест прошел оценку экспертным методом
3. Нужно, чтобы была установлена четкая процедура проведения теста и оценки его результатов
4. Нужно, чтобы не менее 75 % испытуемых показывали по тесту нормальный результат

25. Какая из перечисленных характеристик дает представление о вариабельности результатов:
1.Генеральная тенденция
2.Доверительный интервал
3.Стандартное отклонение
4.Коэффициент корреляции

26. Вы получили при использовании теста в работе с группой испытуемых значение средней 100 и стандартного отклонения 15. Какой из пунктов содержит верную интерпретацию этих показателей:
1. Большинство испытуемых имеют показатель 110-115

2. Большинство испытуемых имеют показатель выше 85
3. Большинство испытуемых имеют показатель 85-115
4. Большинство испытуемых имеют показатель 70-130

27. Что из перечисленного НЕ является мерой генеральной тенденции:
1. Медиана
2. Мода
3. Константа
4. Средняя

28. Согласно закону нормального распределения, какой процент результатов тестовых измерений попадает в зону от +2 до -2 стандартных отклонений от средней величины:
1. 18%
2. 36%
3. 72%
4. 96%

29. Какой из перечисленных методов наиболее эффективен для изучения причинно-следственных отношений:
1. Включенное наблюдение
2. Корреляционный анализ
3. Клинический
4. Экспериментальный

30. Какое из утверждений верно описывает главное преимущество корреляционного метода:
1. Этот метод — надежный способ выявления причинно-следственных отношений
2. Коэффициент корреляции позволяет различить зависимые и независимые переменные
3. Исследователь может изучать явления, трудно доступные для изучения экспериментальным методом
4. Позволяет выделить дополнительные изолированные переменные, влияющие на отношения между основными переменными

31. Корреляционный анализ данных исследования связи курения с длительностью жизни показывает, что по мере роста количества выкуриваемых ежедневно сигарет длительность жизни уменьшается. Примером какой корреляции является такой результат:
1. Реверсивной
2. Прогрессирующей
3. Отрицательной
4. Положительной

32. Какое из приведенных заключений является корректным, если результаты исследования показали, что коэффициент корреляции между курением и раком языка составляет +0,85:
1. Курение вызывает рак языка
2. Существует достоверная связь между раком языка и курением
3. Люди с раком языка курят

4. У тех, кто не курит, не будет рака языка

7. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»

1. Роль и место математических методов в психологии.
2. Особенности описаний объектов, явлений, изучаемых в психологии; их отличия от описаний объектов естественных наук.
3. Генеральная совокупность и выборка.
4. Классификация задач и методов их решения.
5. Адекватность применения теории вероятностей и математической статистики для описания объектов, явлений, изучаемых в психологии.
6. Типы данных: четыре типа шкал, примеры из психологии.
7. Числовые характеристики, используемые для описания данных, измеренных в номинальной шкале.
8. Числовые характеристики, используемые для описания данных, измеренных в порядковой шкале.
9. Числовые характеристики, используемые для описания данных, измеренных в интервальной шкале.
10. Меры взаимосвязи двух случайных величин.
11. Числовые характеристики парной взаимосвязи. Коэффициент линейной корреляции Пирсона, его вывод и характеристика.
12. Числовые меры парной взаимосвязи. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена, его характеристика.
13. Проверка статистических гипотез. Виды гипотез: нулевая и альтернативная.
14. Дисперсия, , стандартное отклонение, статдартная ошибка среднего.
15. Основные статистические критерии, используемые в психологии.
16. Параметрические и непараметрические критерии, их сравнительная характеристика.
17. **t**-критерий Стьюдента: конструкция, таблица, использование.
18. Непараметрические критерии, общая характеристика.
19. Связанные и несвязанные выборки, адекватные им статистические критерии.
20. Связанные выборки, **G**-критерий знаков: интерпретация, алгоритм вычисления.
21. Связанные выборки, **T**-критерий Вилкоксона: интерпретация, алгоритм вычисления.
22. Несвязанные выборки, **U**-критерий Манна-Уитни: интерпретация, алгоритм вычисления.
23. Несвязанные выборки, **Q**-критерий Розенбаума: интерпретация, алгоритм вычисления.
24. Многофункциональный φ^*-критерий Фишера: геометрическая интерпретация, алгоритм вычисления.

8. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

ОСНОВНАЯ

1. Акмеология: Математические методы в психологии: Учебно-методический комплекс дисциплины для студентов заочного и очно-заочного (вечернего) обучения. Специальность: «Психология», Специализация «Психология управления», «Акмеология». – Издательство РАГС, - 2010.
2. Ермолаев-Томин О.Ю. Математические методы в психологии. Учебник для бакалавров. – М.: Юрайт. – 2012.
3. Кутейников А.Н. Математические методы в психологии. Учебно-методическое пособие. – СПб. : Речь. – 2008.

4. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. - СПб: СПЦ, 2006.
5. Тарасов С.Г. Основы применения математических методов в психологии. – СПб: СПГУ, 2008.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

1. Боровиков В.П. Программа STATISTICA для студентов и инженеров. – М., 2001.
2. Бюль А., Цёфель П. SPSS: искусство обработки информации. – М., СПб, Киев, 2002.
3. Куликов Л.В. Введение в психологическое исследование. - СПб., 1994.
4. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике. – М., 1982.
5. Суходольский Г.В. Основы математической статистики для психологов. - Л.: ЛГУ, 1972.

ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ

1. Артемьева Е.Ю., Мартынов Е.М. Вероятные методы в психологии. - М., 1975.
2. Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. - М., Прогресс, 1976.
3. Годфруа Ж. Что такое психология. Том 2. - М., 1996.
4. Наследов А.Д. Многомерные методы математической обработки в психологии. – СПб: СПГУ, 1998.
5. Немов Р.С. Психология. Книга 3. - М., 1995.

9. СПИСОК ТЕРМИНОВ (ГЛОСАРИЙ)

ВЫБОРКА - некоторая часть генеральной совокупности, то, что непосредственно изучается. Группа людей, на которой проводится исследование.

ВЫБОРКА РЕПРЕЗЕНТАТИВНАЯ адекватно отображает генеральную совокупность в качественном и количественном отношениях. Выборка должна адекватно отображать генеральную совокупность, иначе результаты не совпадут с целями исследования. Репрезентативность зависит от объема - чем больше объем, тем выборка репрезентативней. **Р**епрезентативной называют выборку, которая произведена по правилам, т. е. отражает специфику генеральной совокупности как по составу, так и по индивидуальным характеристикам включенных в нее людей.

ВЫБОРКА СЛУЧАЙНАЯ - ее элементы отбираются случайным образом. Так как большинство методов математической статистики основывается на понятии случайной выборки, то естественно, выборка должна быть случайной.

ВЫБОРОЧНАЯ ДИСПЕРСИЯ — дисперсия или разброс данных, характеризующих выборку.

ВЫБОРОЧНОЕ СРЕДНЕЕ — среднее значение некоторой величины, определенное по имеющейся выборке ее частных значений.

ГИПОТЕЗА — научно обоснованное, вполне вероятное предположение, требующее, однако, специального доказательства для своего окончательного утверждения в качестве теоретического положения. Гипотеза провернется на истинность в экспериментальном или эмпирическом научном исследовании.

ГИСТОГРАММА — специальное графическое изображение распределения нескольких дискретных величин в выборке. Представляет собой совокупность расположенных рядом друг с другом и вытянутых вверх прямоугольников или прямоугольных в сечении столбиков, высота которых пропорциональна частоте встречаемости каждого из значений переменной в выборке.

ГИПОТЕЗА НАУЧНАЯ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ) формулируются как предполагаемое решение проблемы, служит для организации эксперимента. Любая научная гипотеза требует перевода на язык статистики.

ГИПОТЕЗА СТАТИСТИЧЕСКАЯ - утверждение в отношении неизвестного параметра, сформулированное на языке математической статистики. Служит для организации процедуры сравнения регистрируемых параметров. Статистическая гипотеза необходима на этапе математической интерпретации данных эмпирических исследований. Большое количество статистических гипотез необходимо для подтверждения или опровержения основной - экспериментальной гипотезы. Экспериментальная гипотеза - первична, статистическая - вторична. Гипотеза может отвергаться, но никогда не может быть окончательно принятой. Любая гипотеза открыта для последующей проверки. Статистическая проверка гипотезы состоит в выяснении того, насколько совместима эта гипотеза с имеющимся результатом случайного выбора. Проверка гипотез осуществляется с помощью критериев статистической оценки различий.

ДАННЫЕ - это основные элементы, подлежащие анализу. Данными могут быть какие-то количественные результаты, свойства, присущие определенным членам популяции, место в той или иной последовательности - любая информация, которая может быть классифицирована или разбита на категории с целью обработки. Построение распределения ряда данных - это разделение первичных данных, полученных на выборке, на классы или категории с целью получить обобщенную упорядоченную картину, позволяющую их анализировать. Существуют три типа данных: количественные данные, получаемые при измерениях (например, данные о весе, размерах, температуре, времени, результатах тестирования и т.п.). Их можно распределить по шкале с равными интервалами; порядковые данные, соответствующие местам этих элементов в последовательности, полученной при их расположении в возрастающем порядке; качественные данные, представляющие собой какие-то свойства элементов выборки или популяции. Их нельзя измерить, и единственной их количественной оценкой служит частота встречаемости. Из всех этих типов данных только количественные данные можно анализировать с помощью методов, в основе которых лежат параметры (такие, например, как средняя арифметическая, мода, дисперсия и т.д.). Но даже к количественным данным такие методы можно применить лишь в том случае, если число этих данных достаточно, чтобы проявилось нормальное распределение.

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ — совокупность методов математико-статистического анализа, объектом рассмотрения которых являются дисперсии случайных величин. Позволяет оценивать и сравнивать между собой дисперсии различных выборок, отвечая на вопросы о том, каковы эти дисперсии, являются они одинаковыми или разными и др.

ДИСПЕРСИЯ ВЫБОРОЧНАЯ — математико-статистический показатель разброса экспериментальных или психодиагностических данных, характеризующий среднюю величину отклонения индивидуальных показателей от среднего значения переменной по выборке.

ИЗМЕРЕНИЕ - это приписывание числовых форм объектам или событиям в соответствии с определенными правилами. С. Стивенсом предложена классификация из 4 типов шкал измерения:

номинативная, или номинальная, или шкала наименований;

порядковая, или ординальная, шкала;

интервальная, или шкала равных интервалов;

шкала равных отношений. **КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ** — метод математико-статистического анализа, связанный с вычислением и изучением коэффициентов корреляций между переменными.

КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ - математико-статистический показатель связи или зависимости, существующей между переменными величинами. Изменяется в пределах от —1 (абсолютная обратно пропорциональная зависимость) через 0 (отсутствие какой-либо зависимости) до +1 (абсолютная прямо пропорциональная зависимость).

КРИТЕРИИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ - это некоторые функции от функций распределения или непосредственно от вариационного ряда наблюдавшихся значений изучаемого случайного явления. Они служат только для проверки гипотез о функциях распределения или рядах наблюдавшихся значений. Непараметрические критерии не включают в формулу расчета параметров распределения и основаны на оперировании частотами или рангами. По сравнению с параметрическими критериями они ограничены лишь в одном - с их помощью невозможно оценить взаимодействие двух или более условий или факторов, влияющих на изменение признака.

КРИТЕРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ - это некоторые функции от параметров совокупности, они служат для проверки гипотез об этих параметрах или для их оценивания. Параметрические критерии включают в формулу расчета параметры распределения, т.е. средние и дисперсии. Параметрические критерии могут оказаться несколько более мощными, чем непараметрические, но только в том случае, если признак измерен по интервальной шкале и нормально распределен. Лишь с некоторой натяжкой мы можем считать данные, представленные в стандартизованных оценках, как интервальные. Кроме того, проверка распределения «на нормальность» требует достаточно сложных расчетов, результат которых заранее не известен.

КРИТЕРИЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ - это решающее правило, обеспечивающее надежное поведение, то есть принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью. Статистическим критерием называют также метод расчета определенного числа и само это число.

КРИТЕРИЙ ФИШЕРА — математико-статистический критерий, пользуясь которым можно судить о сходстве и различиях в дисперсиях случайных величин.

МЕДИАНА — величина, разделяющая ряд упорядоченных значении на две равные по количеству входящих в них значений половины, так что справа и слева от медианы оказываются одинаковые количества значений**.**

МОДА (в математической статистике) — числовое значение изучаемого признака, наиболее часто встречающееся в изученной выборке

ОБЪЕМ ВЫБОРКИ. Выборки делят на малые и большие. К малым относят выборки, в которых число элементов $n \leq 30$. Понятие большой выборки не определено, но большой считается выборка в которой число элементов > 200 и средняя выборка удовлетворяет условию $30 \leq n \leq 200$. Это деление условно. Малые выборки используются при статистическом контроле известных свойств уже изученных совокупностей. Большие выборки используются для установки неизвестных свойств и параметров совокупности.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ — тот объект, на котором проводится научное исследование. Объектом психологического исследования, например, является человек или группа людей.

ПРИЗНАКИ И ПЕРЕМЕННЫЕ - это измеряемые психологические явления. Такими явлениями могут быть время решения задачи, количество ошибок. Значения признака определяются при помощи специальных шкал наблюдения. Психологические переменные являются случайными величинами, поскольку неизвестно заранее, какое именно значение они примут.

СОВОКУПНОСТЬ - счетное множество некоторых объектов или элементов, интересующих исследователя; генеральной совокупностью называют множество людей, на которых распространяются результаты исследования. Выборка является частью генеральной совокупности.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — раздел современной математики, рассматривающий случайные величины, а также законы, характеризующие множества и отношения случайных величин.

УРОВНИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ. Уровень значимости - это вероятность того, что мы сочли различия существенными, а они на самом деле случайны. Когда мы указываем, что различия достоверны на 5% уровне значимости, или при $p \leq 0{,}05$, то мы имеем ввиду, что вероятность того, что они недостоверны, составляет 0,05. Если же мы указываем, что различия достоверны на 1% уровне значимости, или при $p \leq 0{,}01$, то имеем ввиду, что вероятность того, что они все-таки недостоверны равна 0,01. Уровень значимости - это вероятность отклонения нулевой гипотезы, в то время как она верна. (вероятность ошибки I рода).

ФАКТОР — математико-статистическое понятие, означающее общую причину многих случайных изменений совокупности переменных величин, событий и т. п. Фактор выявляется при помощи специальной математической процедуры, называемой факторным анализом.

ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ — процедура или метод математической статистики, основанный на анализе корреляций случайных величин и направленный на то, чтобы выявлять группы случайных величин, взаимнокоррелирующих друг с другом.

ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ. Число степеней свободы равно числу классов вариационного ряда минус число условий, при которых он был сформирован. К числу таких условий относятся: объем выборки, средние и дисперсии.

ШКАЛА НОМИНАТИВНАЯ - это шкала, классифицирующая по названию. Название же не измеряется количественно, оно лишь позволяет отличить один объект от другого или одного субъекта от другого. Номинативная шкала - это способ классификации объектов или субъектов, распределения их по ячейкам классификации.

ШКАЛА ПОРЯДКОВАЯ - это шкала, классифицирующая по принципу «больше - меньше». Если в шкале наименований было безразлично, в каком порядке расположены классификационные ячейки, то в порядковой шкале они образуют последовательность от ячейки «самое малое значение» к ячейке «самое большое значение» (или наоборот).

ШКАЛА ИНТЕРВАЛЬНАЯ - это шкала, классифицирующая по принципу «больше на определенное количество единиц - меньше на определенное количество единиц». Каждое из возможных значений признака отстоит от другого на равном расстоянии.

ШКАЛА РАВНЫХ ОТНОШЕНИЙ - это шкала, классифицирующая объекты или субъектов пропорционально степени выраженности измеряемого свойства. В шкалах отношений классы обозначаются числами, которые пропорциональны друг другу: 2 так относится к 4, как 4 к 8. Это предполагает наличие абсолютной нулевой точки отсчета. Считается, что в психологии примерами шкал равных отношений являются шкалы порогов абсолютной чувствительности (Стивенс С, 1960; Гайда В.К., Захаров В.П., 1982). Возможности человеческой психики столь велики, что трудно представить себе абсолютный нуль в какой-либо измеряемой психологической переменной. Абсолютная глупость и абсолютная честность - понятия скорее житейской психологии.

ЭКСПЕРИМЕНТ — метод научного исследования, предполагающий создание некоторых искусственных (экспериментальных) условий и направленный на выявление причинно-следственных зависимостей, существующих между изучаемыми переменными.